

Laboratorium 1 — Scilab i Układy Dynamiczne

- 1*.** **Graficzne rozwiązywanie równań.** Narysuj na jednym wykresie funkcje $f_1(x) = x^2 + 2x - 2$ i $f_2(x) = 4x$. Oblicz na kartce położenia punktów przecięcia tych funkcji i zaznacz je na wykresie dodatkową komendą Scilaba. Sprawdź czy dobrze policzyłeś, czyli czy Twoje punkty pokrywają się z rzeczywistym przecięciem wykresów.
- 2**.** **Wektor wartości średnich.** W Scilabie utwórz wektor $x = \text{rand}(1, 50)$. Posługując się operacjami na wektorach utwórz wektor `sredni_x` składający się ze średnich arytmetycznych kolejnych sąsiednich elementów wektora x . Zauważ, że wektor `sredni_x` będzie krótszy o jeden element od x (dlaczego?). Jeśli dobrze wykonałeś swoje zadanie komendy $(x(1)+x(2))/2$ i `sredni_x(1)` wypiszą ten sam wynik. Podobnie dla $(x(2)+x(3))/2$ i `sredni_x(2)` itd.
- 3***.** **Wykres funkcji.** Narysuj wykres funkcji danej przez:

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{dla } x \in [0, \pi/2) \\ 2(x - \frac{\pi}{2})^2 + 1 & \text{dla } x \in [\pi/2, \pi) \\ -3(x - \pi) + \frac{\pi^2}{2} + 1 & \text{dla } x \in [\pi, 5] \end{cases}$$

w przedziale $x \in [0, 5]$.

- 4. Model logistyczny w Scilabie — Rozgrzewka.** Tematem kolejnych zadań będzie model logistyczny (model Verhulsta).
- a) Przypomnij sobie definicję i podstawowe informacje o modelu logistycznym (modelu Verhulsta)
- $$a_{n+1} = q a_n(1 - a_n), \quad n = 1, 2, \dots$$
- Co można powiedzieć o wartościach parametru q i zakresie zmienności wyrazów a_n ? Jakie zjawiska można (w grubym przybliżeniu) opisać tym modelem?
- b) Zapoznaj się z działaniem dostarczonej przez prowadzącego procedury `verhulst(a1,q,n)`, obliczającej n pierwszych wyrazów generowanych przez model logistyczny o parametrze q i warunku początkowym $a1$. Czy potrafisz przy pomocy tej procedury policzyć pięć pierwszych wyrazów ciągu dla kilku wybranych warunków początkowych $a1$ i wartości parametru q ?
- 5. Typy dynamiki w modelu logistycznym.** W tym ćwiczeniu Twoje zadanie polega na zbadaniu zachowania modelu logistycznego w różnych sytuacjach.
- a) Przy pomocy poznanej w poprzednim zadaniu procedury `verhulst` oblicz $n=50$ pierwszych wyrazów ciągu logistycznego dla następujących parametrów i warunków początkowych:

- i) $q=2.5$ i $a_1=0.5$,
- ii) $q=3.2$ i $a_1=0.5$,
- iii) $q=3.5$ i $a_1=0.5$,
- iv) $q=3.9$ i $a_1=0.5$.

Wykonaj wykresy zależności a_n od numeru iteracji n (czasu).

- b) Porównaj jak zmieniają się otrzymane zależności przy ustalonym q , i różnych warunkach początkowych a_1 .
- c) Wskaż, które z zaobserwowanych zachowań
 - od pewnego momentu wyglądają na okresowe,
 - zbliżają się do tzw. punktu stałego,
 - nie wykazują dających się zaklasyfikować regularności.

6. Efekt motyla. Dla modelu logistycznego o parametrze $q=3.5$ zbadaj zachowanie dwóch ciągów a_n i a_{n_prim} wyliczonych z podobnych warunków początkowych, odpowiednio $a_1=0.50$ i $a_{1_prim}=0.51$. Narysuj wykres różnicy

$$\text{delta} = a_n - a_{n_prim}$$

w zależności od n (czasu). Eksperyment powtórz dla $q = 3.9$ i $q = 3.99$. Jakie typy zachowań można wyróżnić? Jakie są konsekwencje zaobserwowanego efektu dla przewidywalności zjawisk opisanych modelem logistycznym?

7*. Drzewko figowe.** Systematyczną metodą badania wpływu zależności parametru q na zachowanie modelu logistycznego jest narysowanie tzw. diagramu bifurkacyjnego. Otrzymujemy go w następujący sposób:

- a) wybieramy wartość q ,
- b) dla odwzorowania logistycznego z wybranym parametrem q obliczamy dużą liczbę wyrazów n (np. $n=800$),
- c) pierwszych m wyrazów początkowych odrzucamy (np. $m=400$), aby badać jak nasze odwzorowanie zachowuje się w granicy długich czasów,
- d) zaznaczamy na wykresie zbiór punktów

$$(q, a_{m+1}), (q, a_{m+2}), \dots, (q, a_n).$$

Kroki a)-d) powtarzamy dla kolejnych bliskich wartości q ze zbioru np.

$$\{2.500, 2.501, 2.502, \dots, 3.999\}$$

Wskazówka. Jeśli procedura `verhulst(a1,q,n)` jako parametr a_1 i q otrzyma wektory wierszowe, wynikiem jej działania będzie macierz (tabela) z wartościami a_n odpowiadającymi wszystkim wartościom parametru podanym w wektorze q i warunkom początkowym zawartym w wektorze a_1 .