

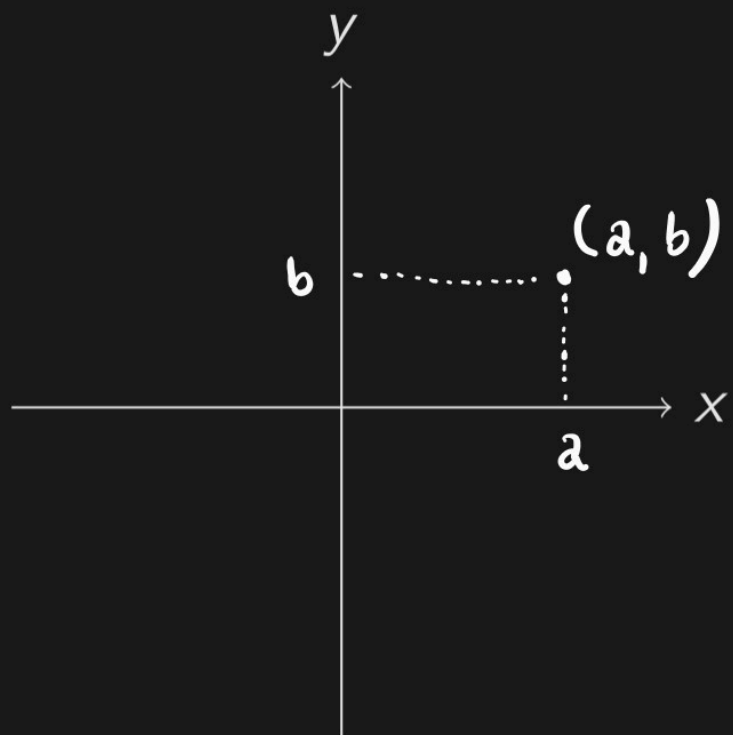
Co to jest wektor?

Matematyka dla ciekawych świata XVII

Daniel Laskowski

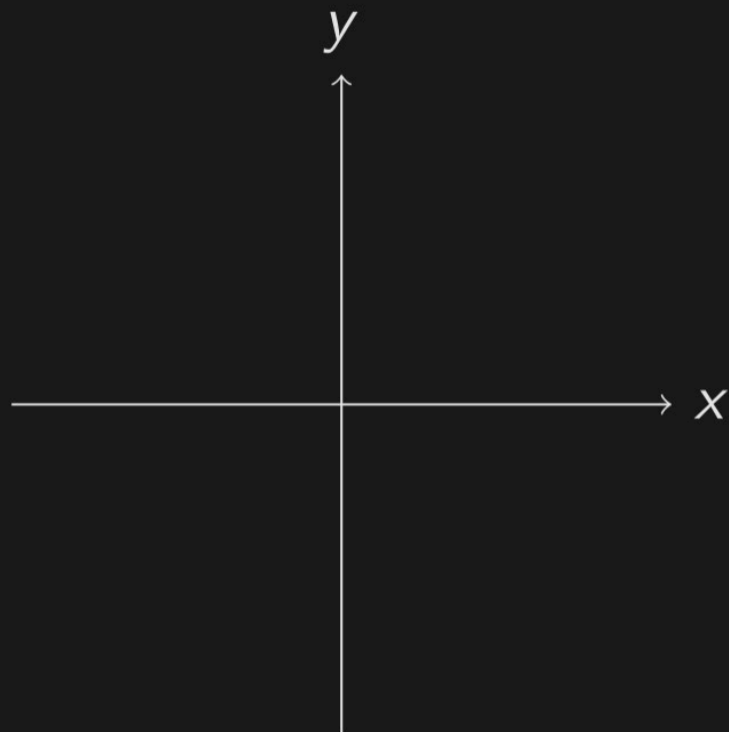
9 marca 2026

Przypomnienie ze szkoły

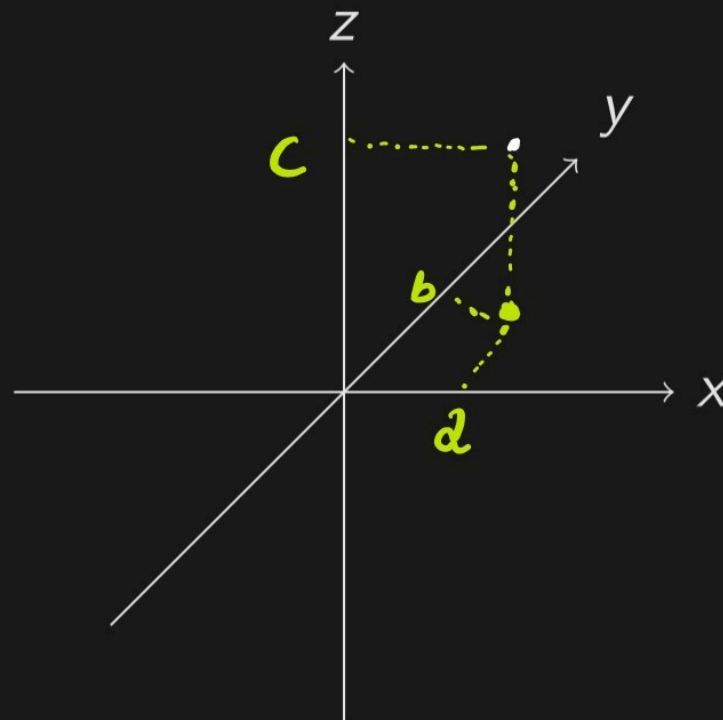


Przypomnienie ze szkoły

$\mathbb{R}^2$



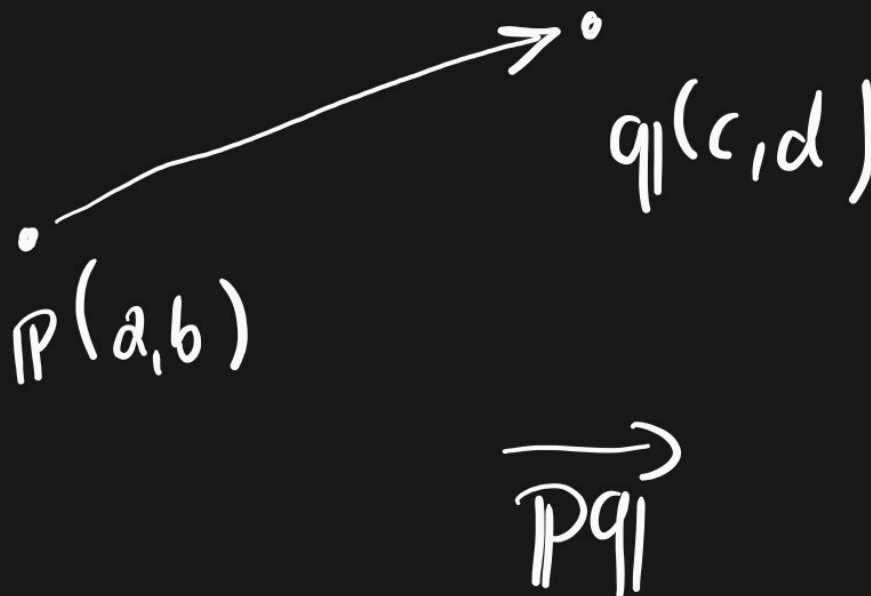
$\mathbb{R}^3$



Wektor

Definicja (wektor)

Wektorem nazywamy uporządkowaną parę punktów.



Wektor

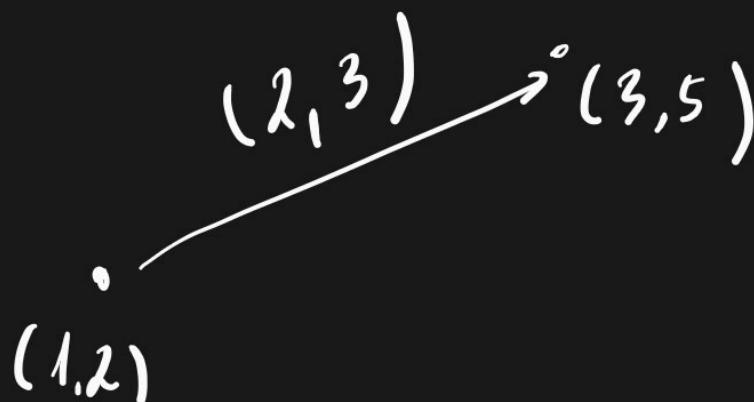
Definicja (wektor)

Wektorem nazywamy uporządkowaną parę punktów.

Współrzędne wektora

Jeśli $\mathbf{p} := (p_1, p_2, \dots, p_n)$ i $\mathbf{q} := (q_1, q_2, \dots, q_n)$ to współrzędne wektora $\overrightarrow{\mathbf{pq}}$ określamy jako:

$$\overrightarrow{\mathbf{pq}} := (q_1 - p_1, q_2 - p_2, \dots, q_n - p_n).$$



Wektor

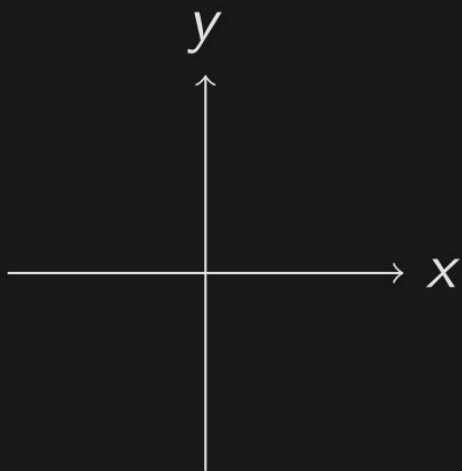
Definicja (wektor)

Wektorem nazywamy uporządkowaną parę punktów.

Współrzędne wektora

Jeśli $\mathbf{p} := (p_1, p_2, \dots, p_n)$ i $\mathbf{q} := (q_1, q_2, \dots, q_n)$ to współrzędne wektora $\overrightarrow{\mathbf{pq}}$ określamy jako:

$$\overrightarrow{\mathbf{pq}} := (q_1 - p_1, q_2 - p_2, \dots, q_n - p_n).$$



Wektor

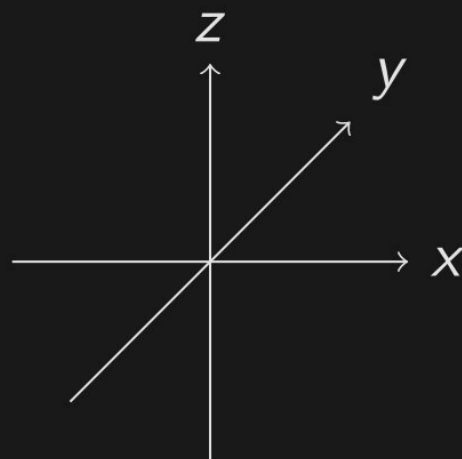
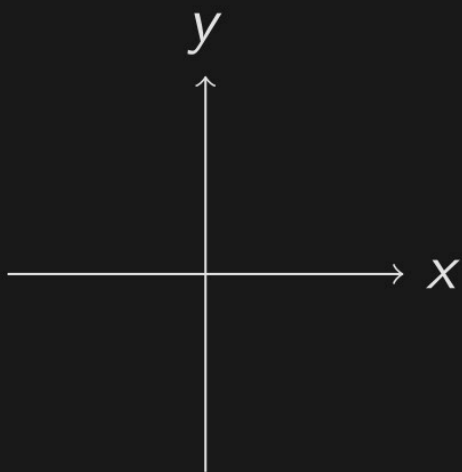
Definicja (wektor)

Wektorem nazywamy uporządkowaną parę punktów.

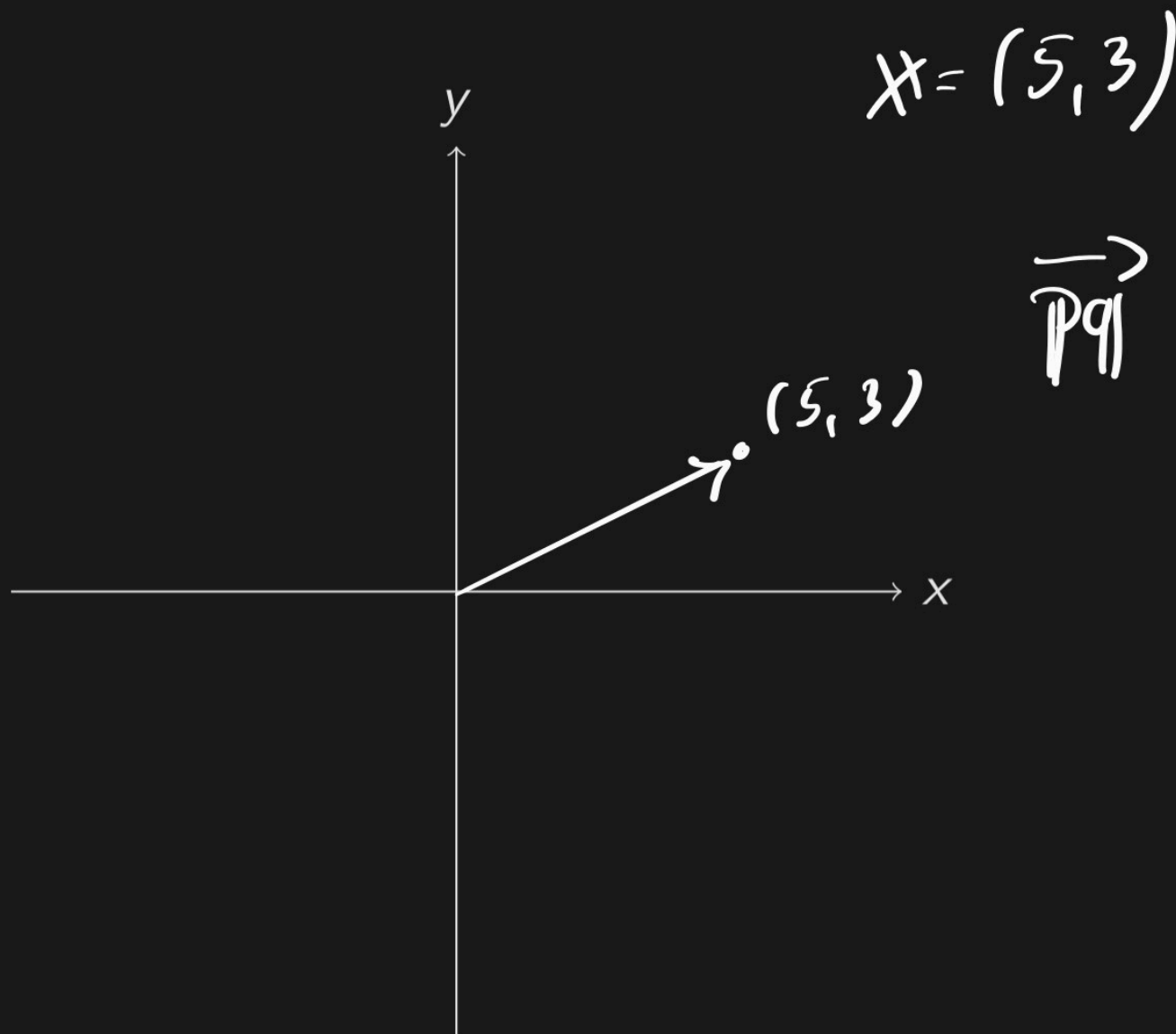
Współrzędne wektora

Jeśli $\mathbf{p} := (p_1, p_2, \dots, p_n)$ i $\mathbf{q} := (q_1, q_2, \dots, q_n)$ to współrzędne wektora $\overrightarrow{\mathbf{p}\mathbf{q}}$ określamy jako:

$$\overrightarrow{\mathbf{p}\mathbf{q}} := (q_1 - p_1, q_2 - p_2, \dots, q_n - p_n).$$



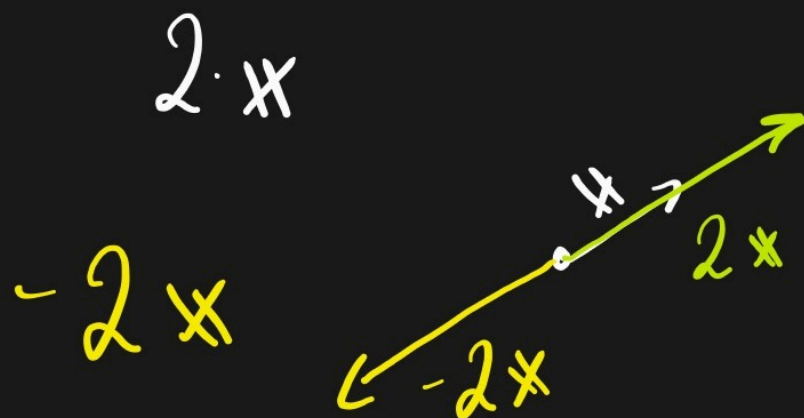
Wektor a punkt



Podstawowe operacje na wektorach

- mnożenie przez skalar:

$$c \cdot \mathbf{x} = (cx_1, cx_2, \dots, cx_n),$$



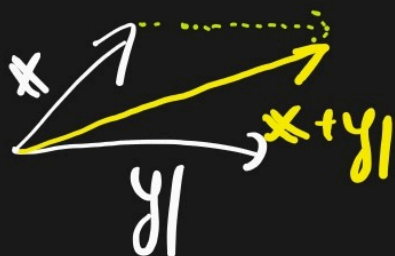
Podstawowe operacje na wektorach

- mnożenie przez skalar:

$$c \cdot \mathbf{x} = (cx_1, cx_2, \dots, cx_n),$$

- dodawanie wektorów:

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n), \quad (1, 3) + (2, 5) = (3, 8)$$

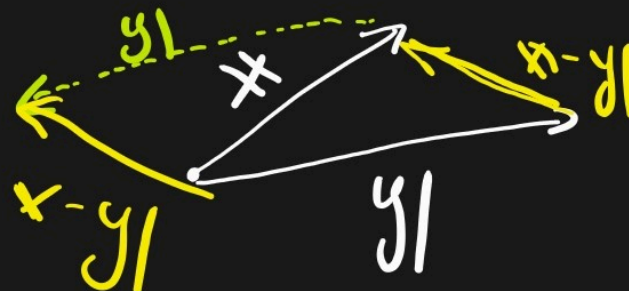


Podstawowe operacje na wektorach

$$(1, 2) - (3, 5) = (-2, -3)$$

- mnożenie przez skalar:

$$c \cdot \mathbf{x} = (cx_1, cx_2, \dots, cx_n),$$



- dodawanie wektorów:

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n),$$

- odejmowanie wektorów:

$$\mathbf{x} - \mathbf{y} = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, \dots, x_n - y_n).$$

Iloczyn skalarny wektorów

$$(1, 3) \circ (2, 5) = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 17$$

Definicja (iloczyn skalarny)

Iloczynem skalarnym dwóch wektorów nazywamy:

$$\mathbf{x} \circ \mathbf{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n.$$

Iloczyn skalarny wektorów

$$(1, 2) \circ (2, -1) = 1 \cdot 2 + 2(-1) = 0$$

Definicja (iloczyn skalarny)

Iloczynem skalarnym dwóch wektorów nazywamy:

$$\mathbf{x} \circ \mathbf{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n.$$

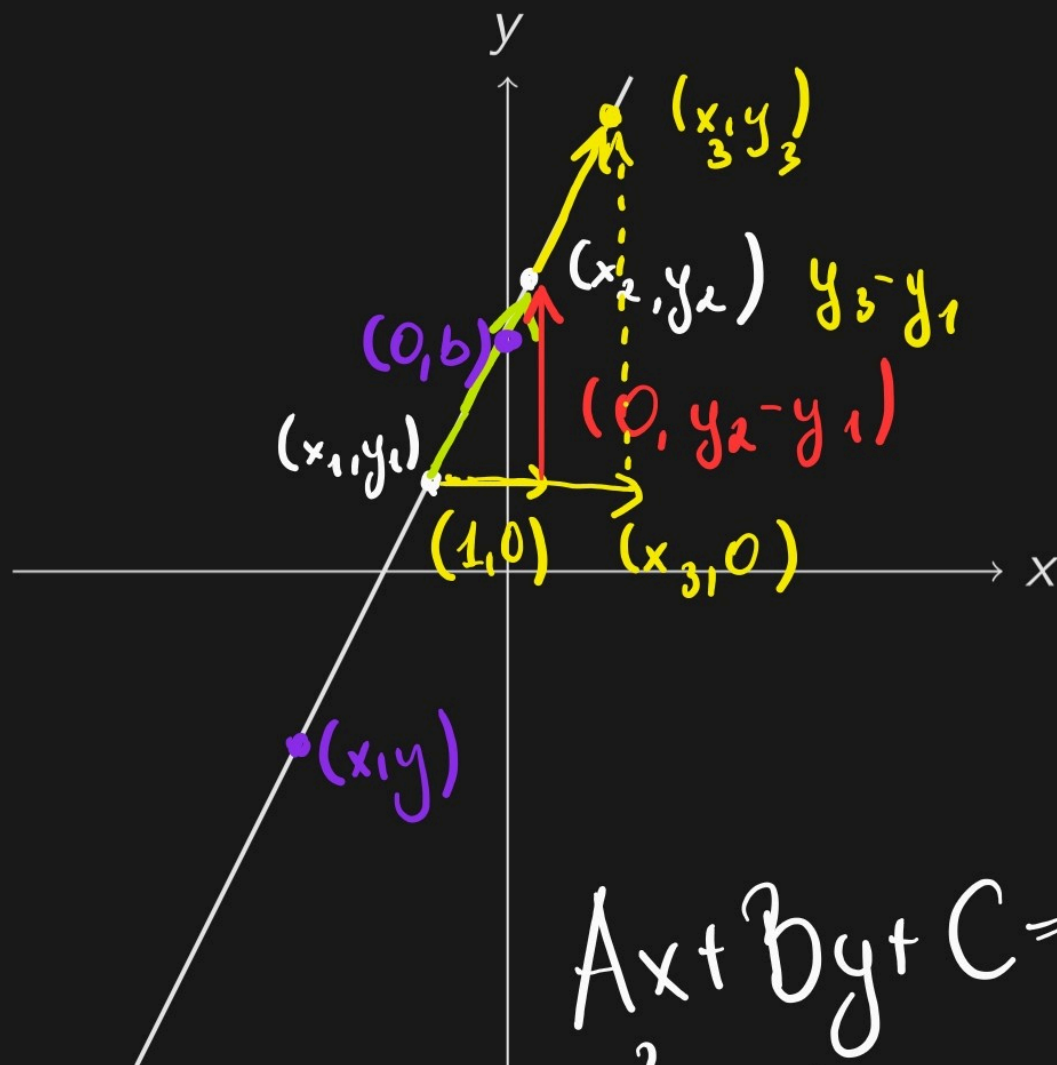
Iloczyn skalarny a prostotałość

Powiemy, że wektor $\mathbf{x}$ i $\mathbf{y}$ są prostotałe wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\mathbf{x} \circ \mathbf{y} = 0.$$



Równanie prostej



$$Ax + By + C = 0$$
$$A^2 + B^2 \neq 0$$

$$x_2 = x_1 + 1$$

$$a := y_2 - y_1$$

$$a = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$

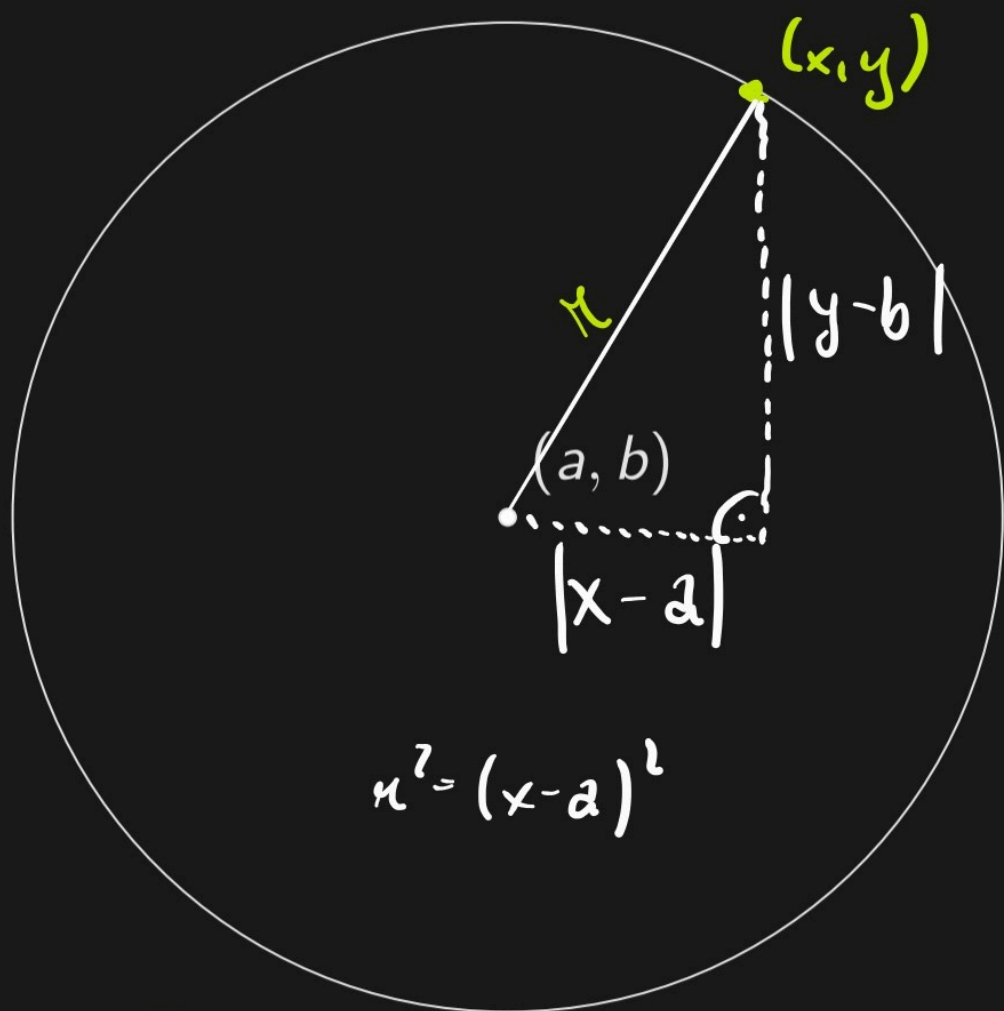
$$a = \frac{b - y}{0 - x} = -\frac{y - b}{x} \quad | \cdot x$$

$$ax = y - b$$

$$y = ax + b$$

Równanie okręgu

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 2 \quad r = \sqrt{2} \quad (1, 3)$$



$$r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$$

$$r^2 > 0$$

$$(x, y, z)$$

$$(a, b, c)$$

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2$$

