

Co to jest hiperpowierzchnia?

Matematyka dla ciekawych świata XVII

Daniel Laskowski

1 czerwca 2026

Hiperpowierzchnia

$$ax + ax^2 + ax_1^2 x_2^3$$

Definicja (hiperpowierzchnia)

Niech f będzie funkcją wielomianową, a H będzie przestrzenią afiniczną. *Hiperpowierzchnią* nazywamy zbiór:

$$\{\mathbf{x} \in H : f(\mathbf{x}) = 0\}.$$

Hiperpowierzchnia

Definicja (hiperpowierzchnia)

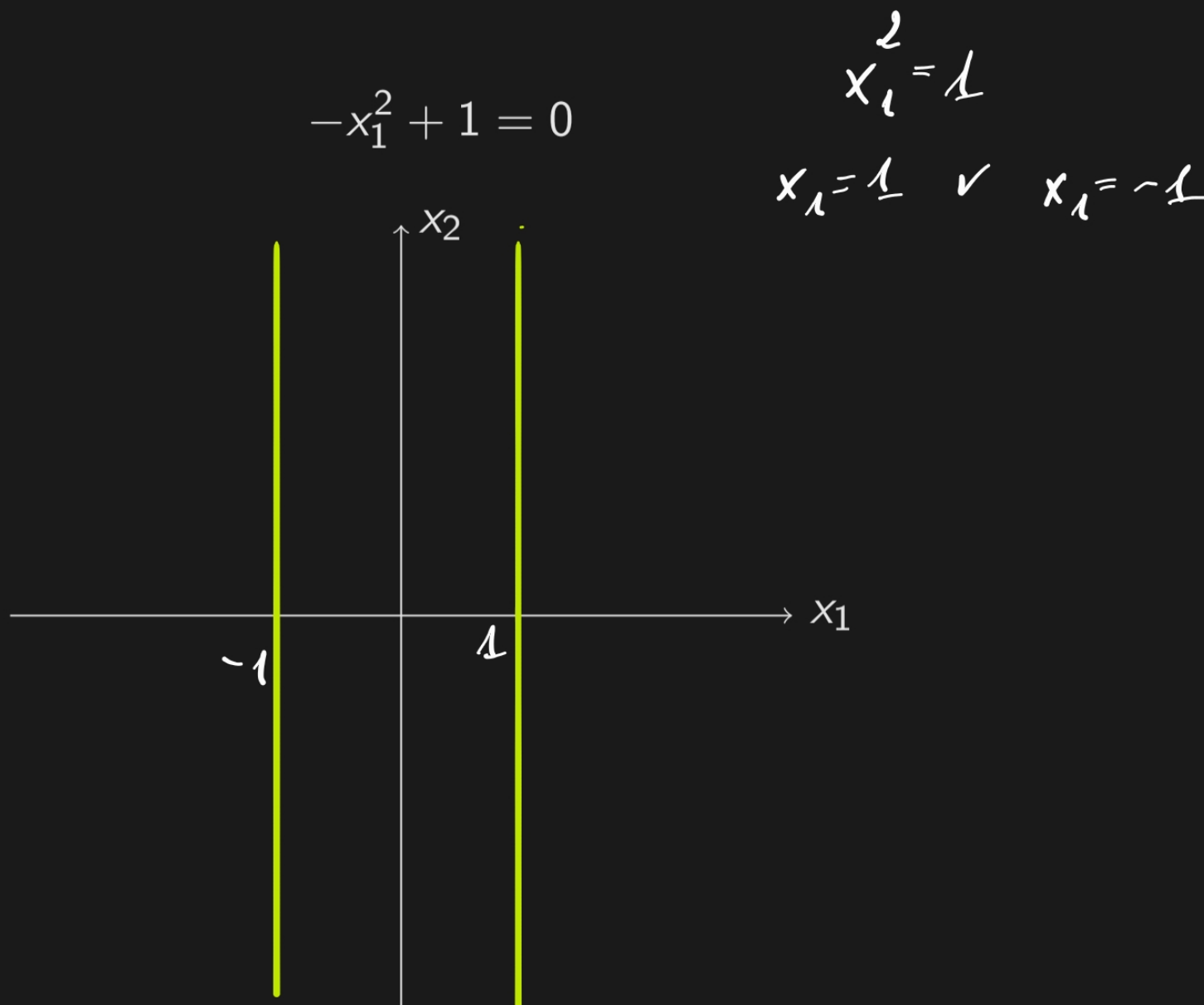
Niech f będzie funkcją wielomianową, a H będzie przestrzenią afiniczną. *Hiperpowierzchnią* nazywamy zbiór:

$$\{\mathbf{x} \in H : f(\mathbf{x}) = 0\}.$$

Definicja (hiperpowierzchnia właściwa)

Powiemy, że hiperpowierzchnia zawarta w przestrzeni afinicznej H wymiaru n jest *właściwa*, jeśli nie jest zawarta w podprzestrzeni afinicznej wymiaru $n - 1$.

Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^2$



Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^2$

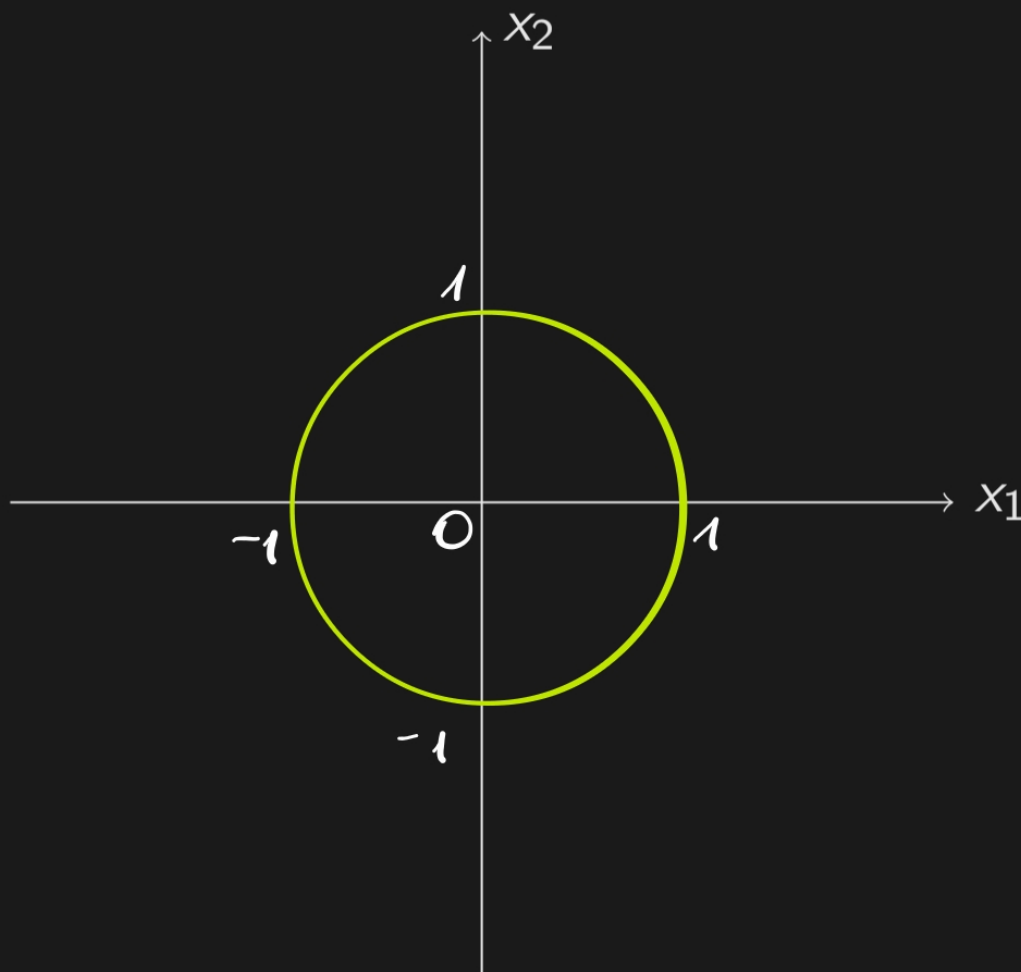
$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

elipsa

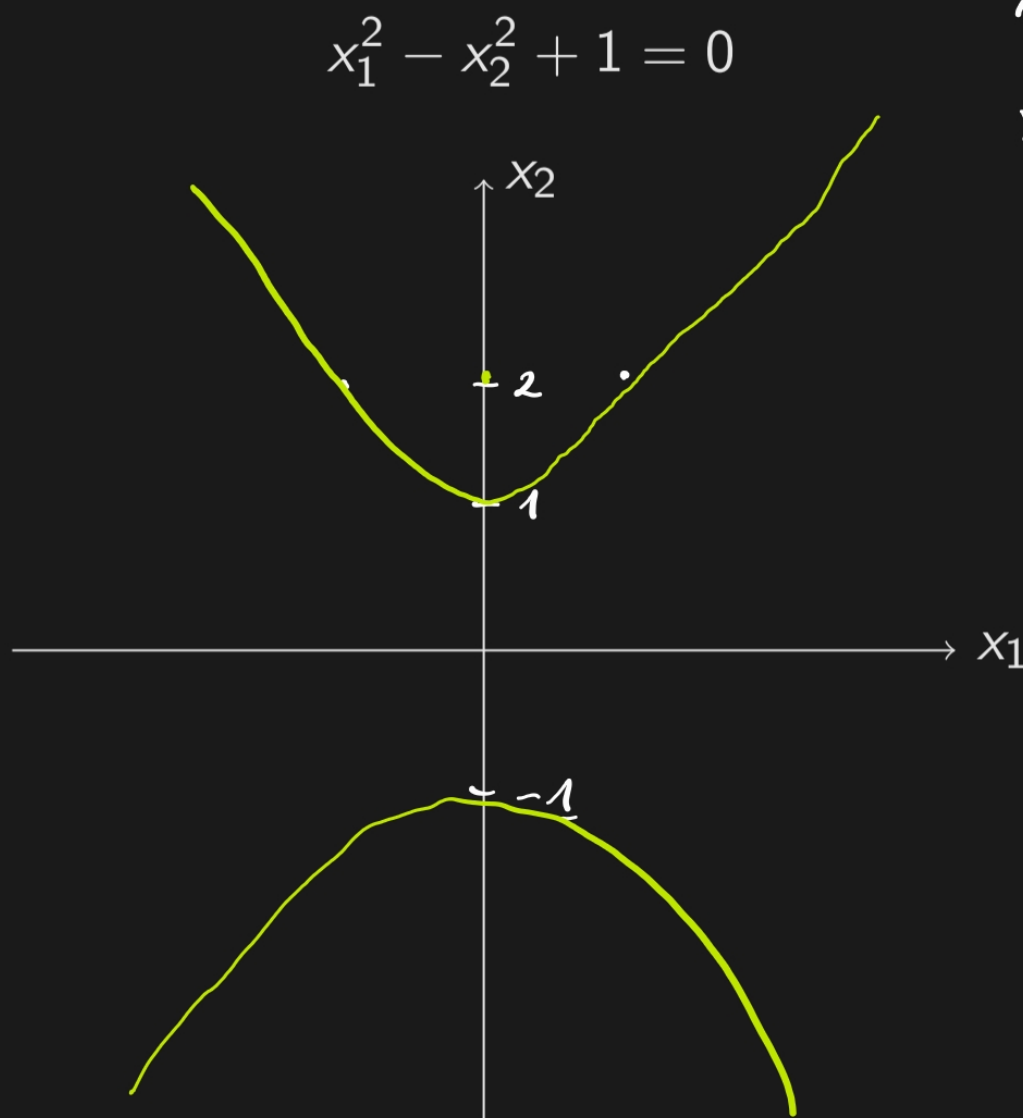
$$-x_1^2 - x_2^2 + 1 = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 1$$

$$r = 1$$



Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^2$



$$x_1^2 = x_2^2 - 1$$

$$x_2 \notin (-1, 1)$$

$$x_1^2 = 1$$

$$x_1 = 1 \vee x_1 = -1$$

$$x_1 = \sqrt{x_2^2 - 1} \vee$$

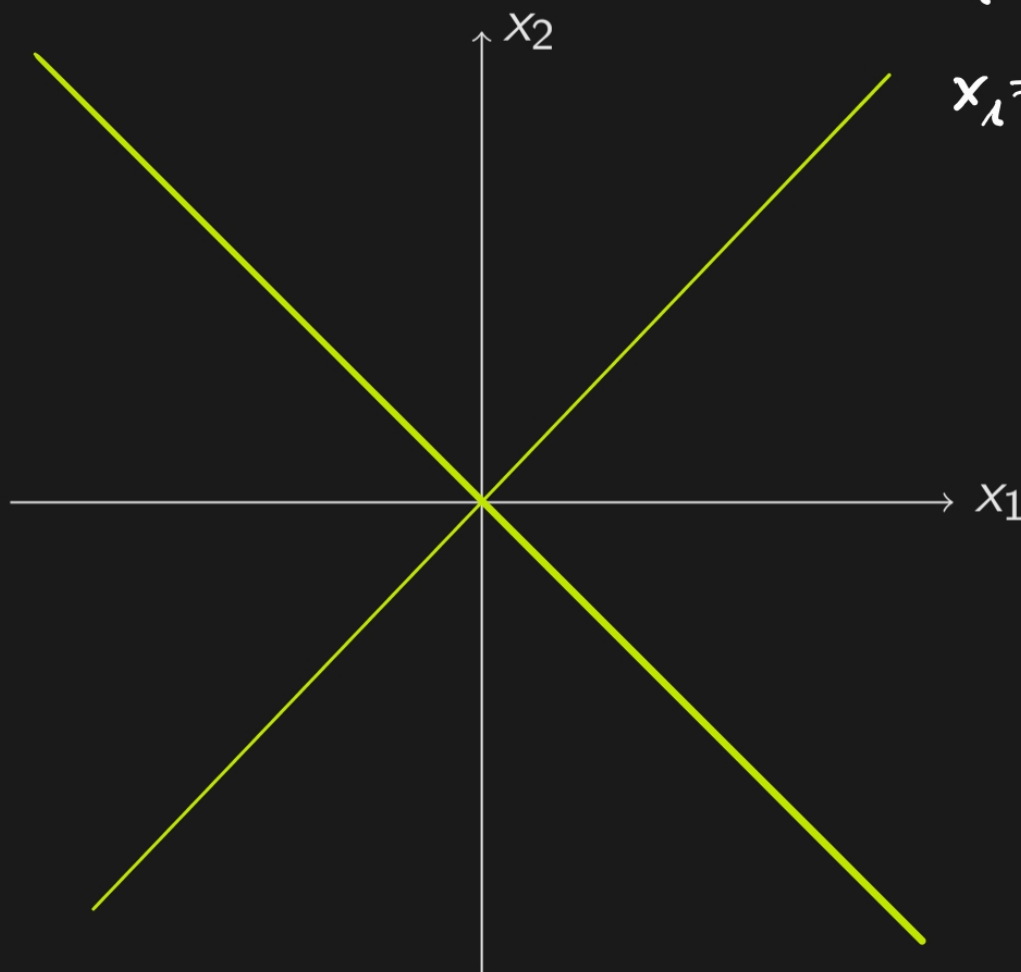
$$x_1 = -\sqrt{x_2^2 - 1}$$

Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^2$

$$x_1^2 - x_2^2 = 0$$

$$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 0$$

$$x_1 = x_2 \quad \checkmark \quad x_1 = -x_2$$

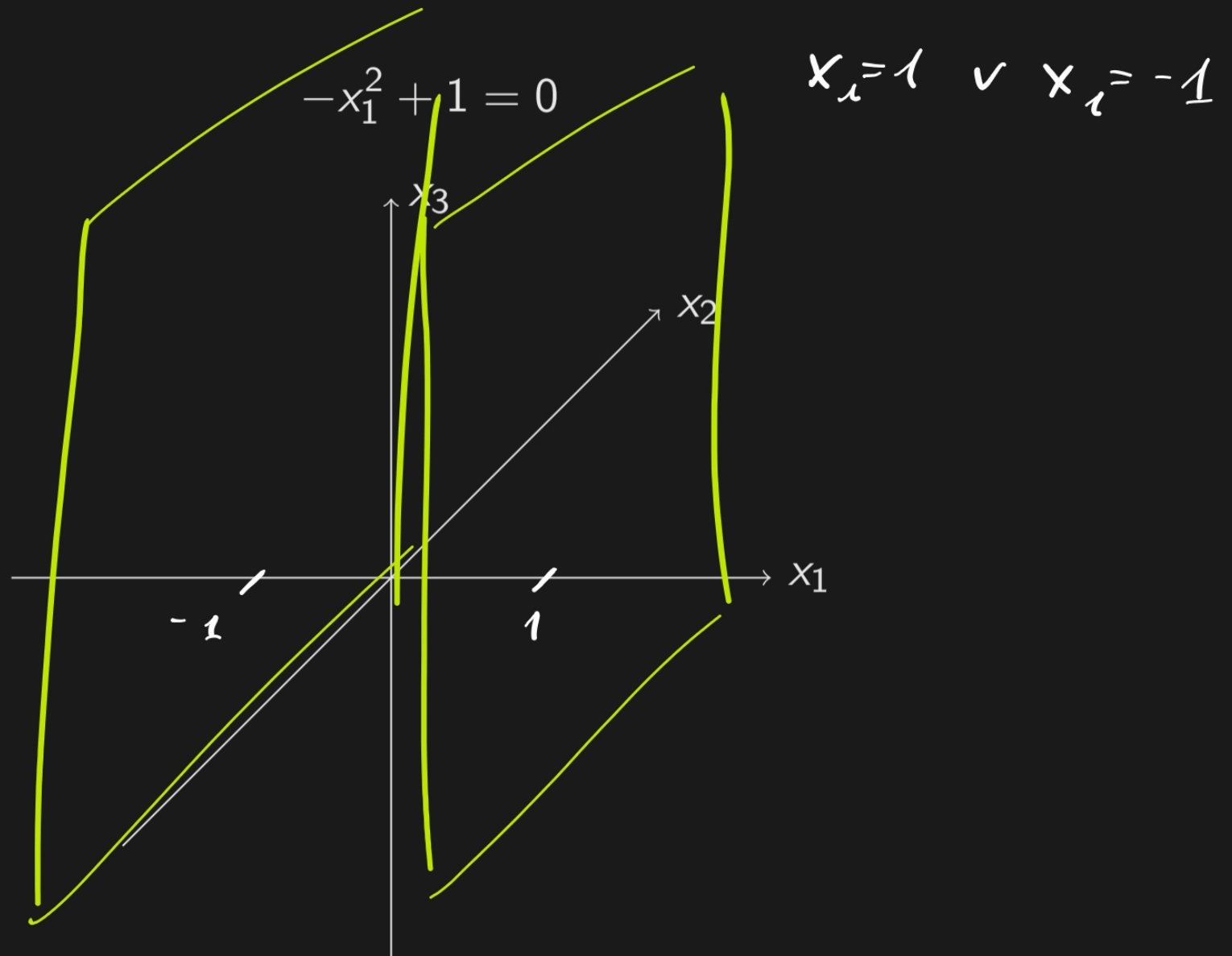


Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^2$

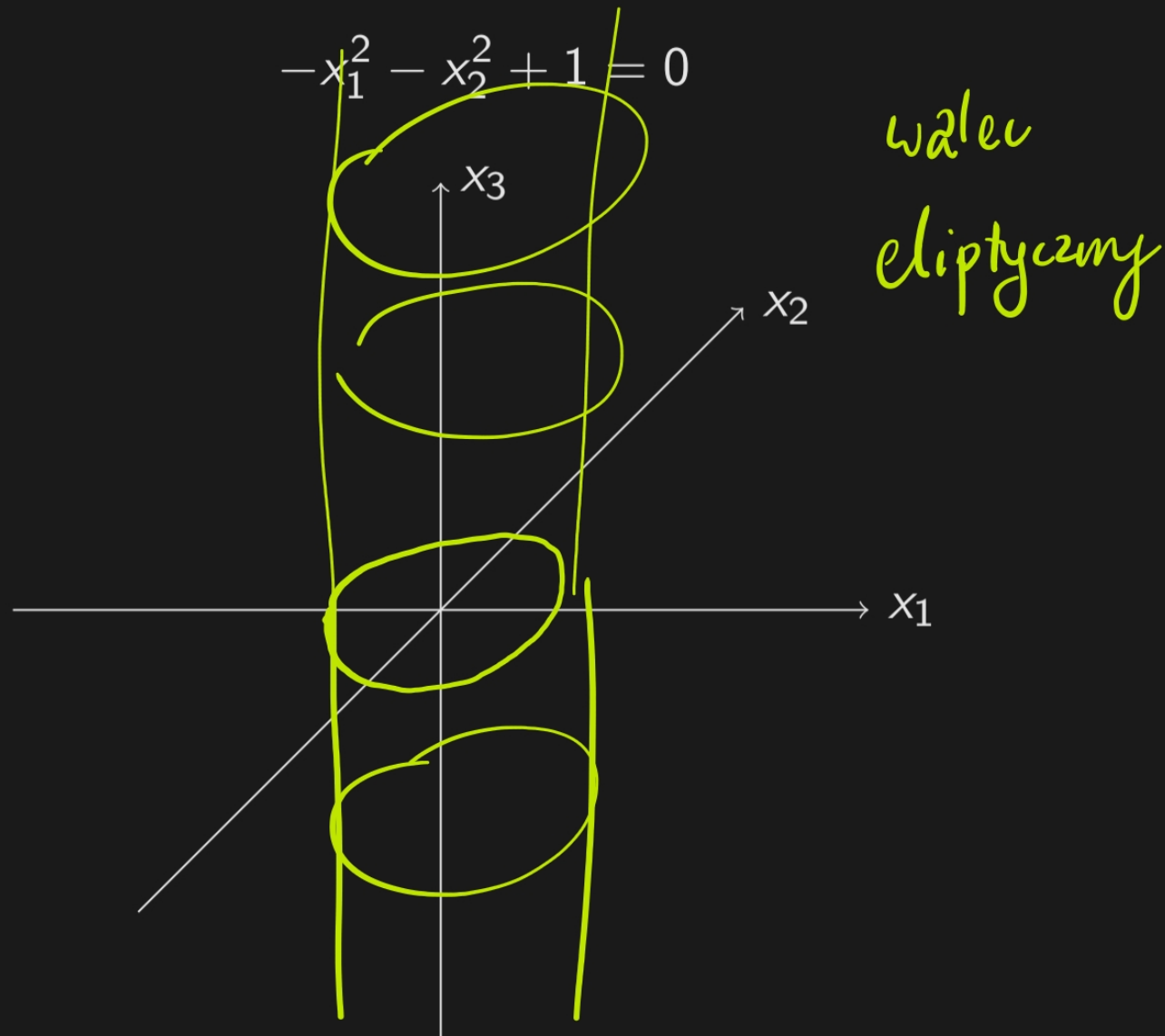
$$x_1^2 + x_2 = 0$$



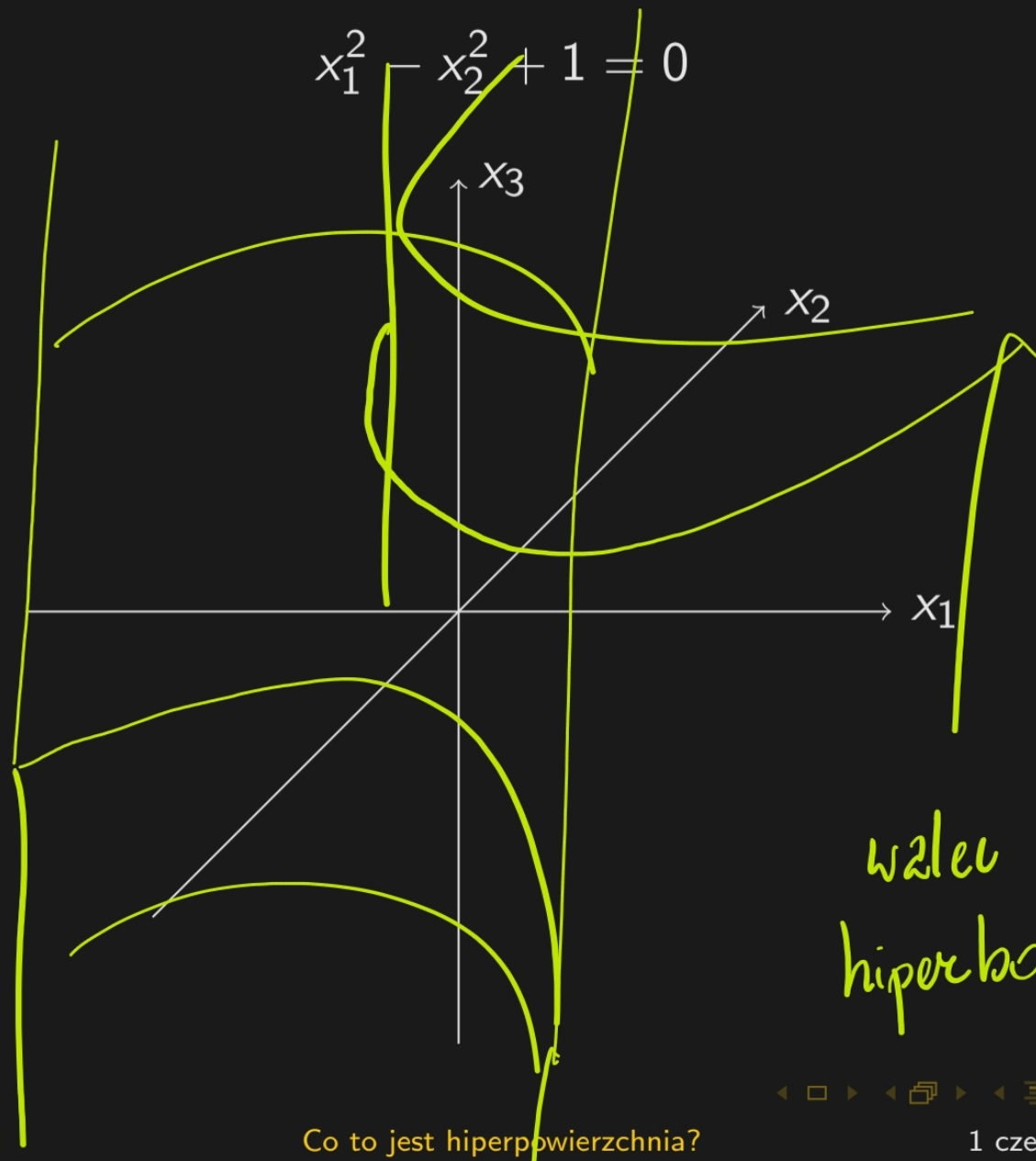
Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$



Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$



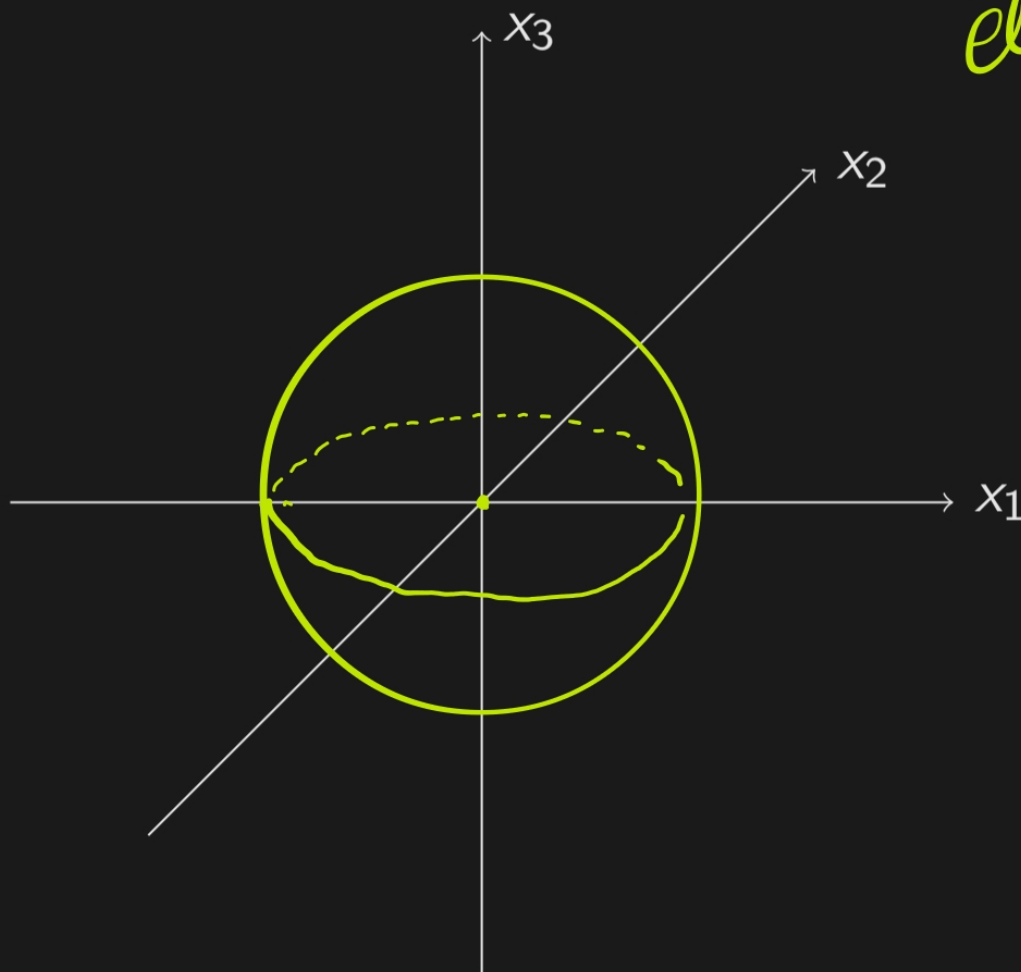
Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$



Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$

$$-x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 1 = 0$$

elipsoida



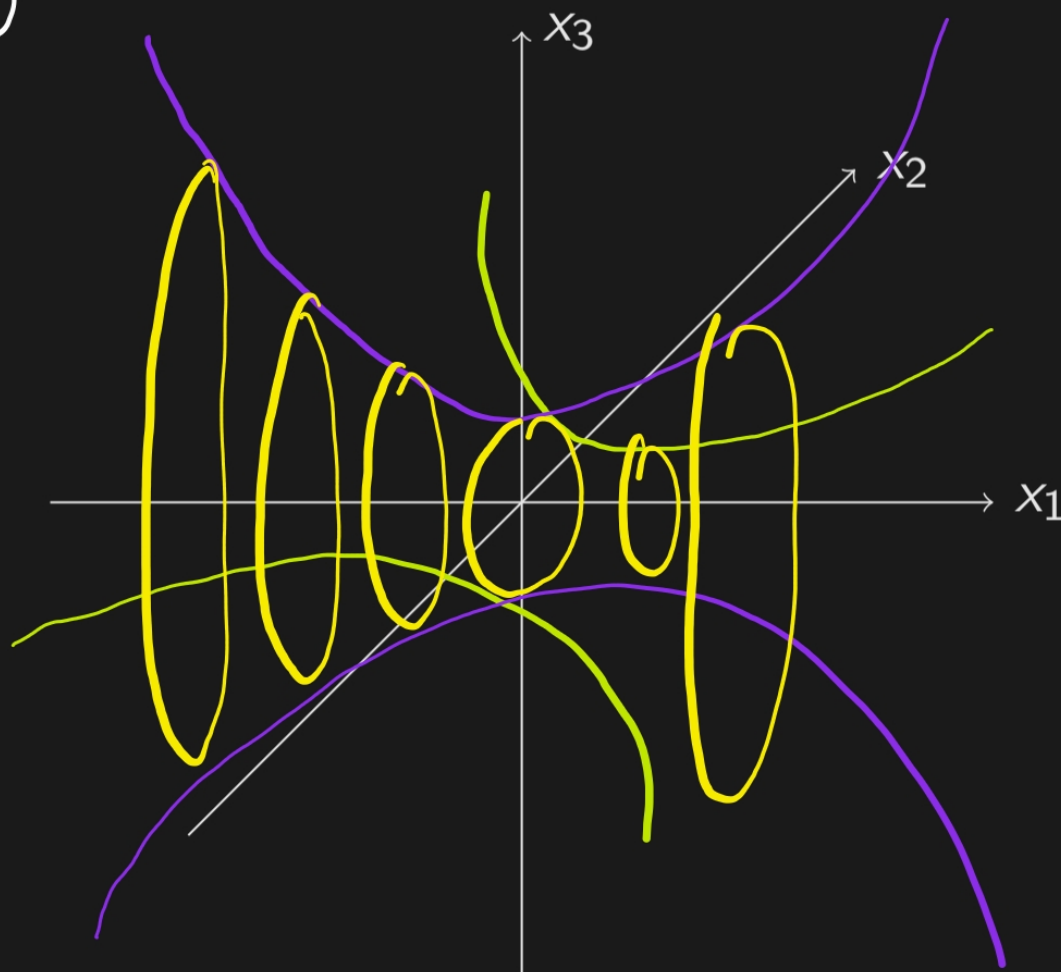
Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$

Gdy $x_3 = 0$
 $x_1^2 - x_2^2 + 1 = 0$

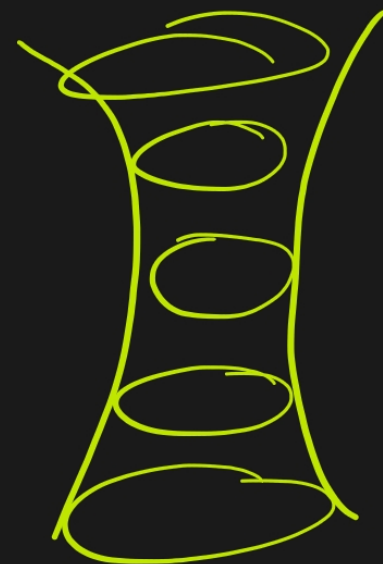
Gdy $x_2 = 0$
 $x_1^2 - x_3^2 + 1 = 0$

Gdy $x_1 = 0$

$$x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 1 = 0$$



hiperboloidea
jednopałowa



Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$

Gdy $x_2 = 0$
 $x_1^2 - x_3^2 + 1 = 0$

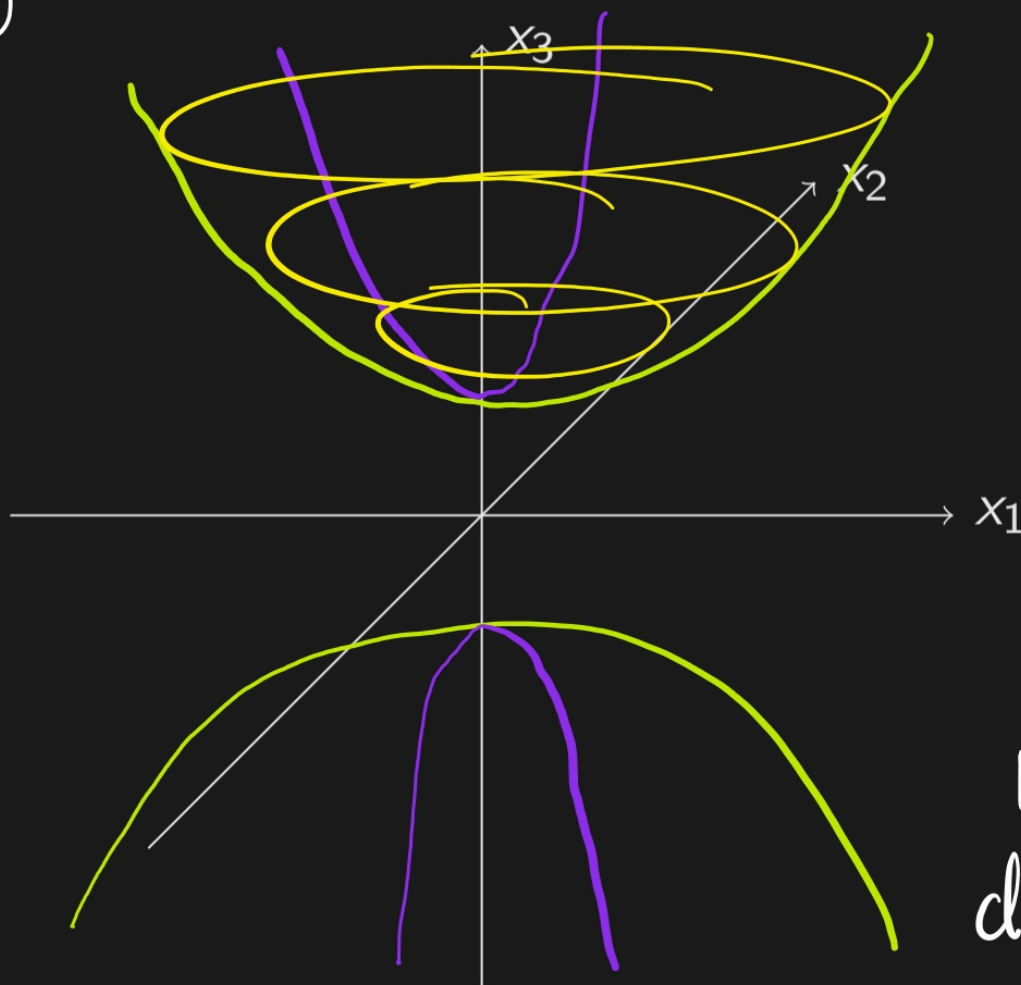
Gdy $x_1 = 0$
 $x_2^2 - x_3^2 + 1 = 0$

Gdy $x_3 = 0$
 $x_1^2 + x_2^2 + 1 = 0$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + 1 = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 = x_3^2 - 1$$

$$x_3 \notin (-1, 1)$$

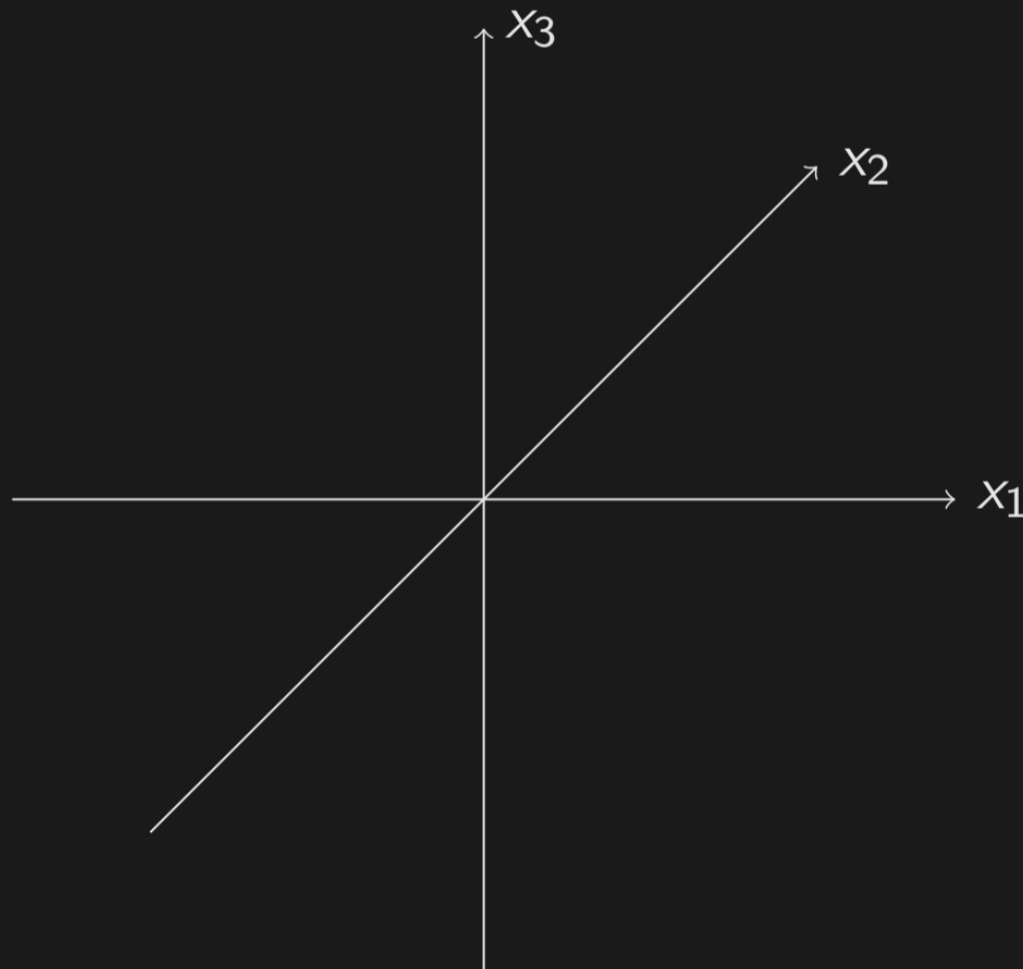


hiperboloidea
dwupowłokowa

Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$

$$x_1^2 - x_2^2 = 0$$

$$x_1 = x_2 \quad \vee \quad x_1 = -x_2$$



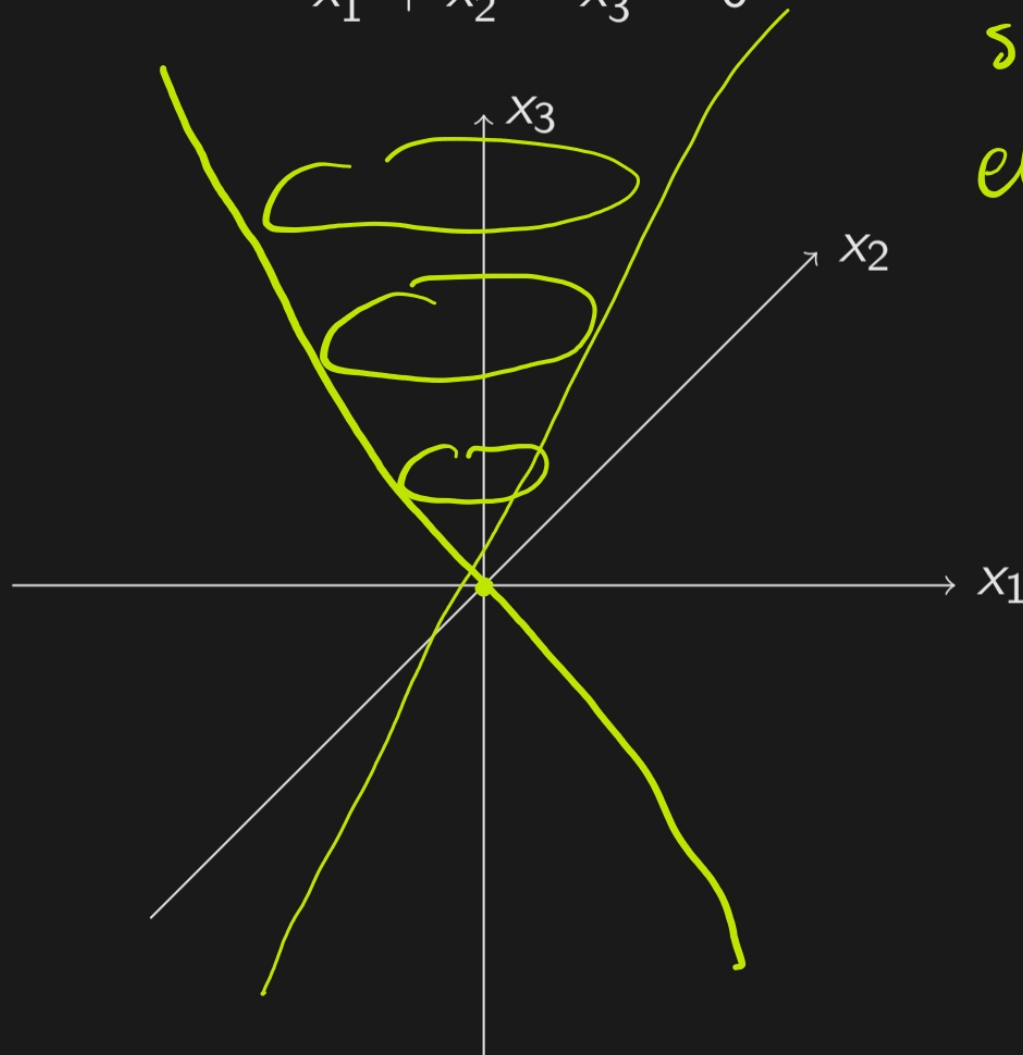
Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$

Gdy $x_3 = 0$

$$x_1^2 + x_2^2 = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0$$

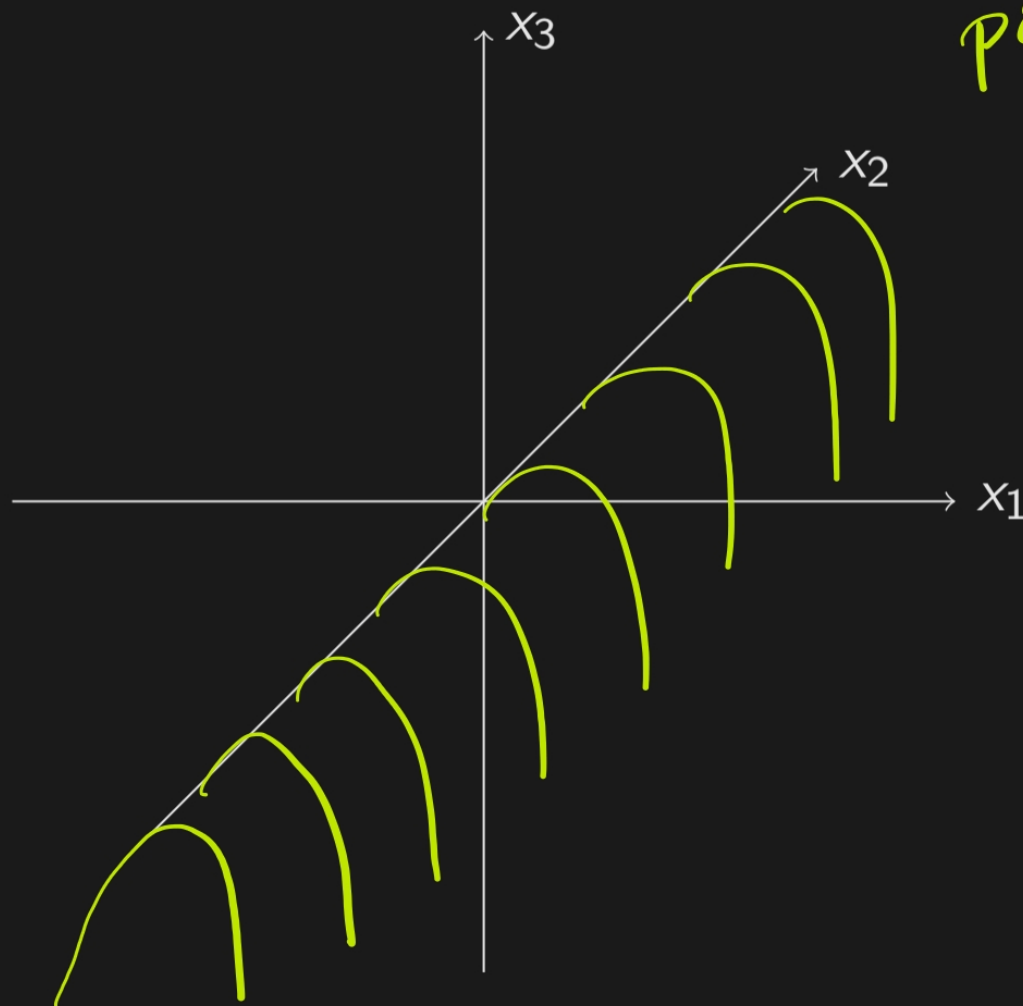
stożek
eliptyczny



Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$

$$x_1^2 + x_3 = 0$$

stożek
paraboliczny

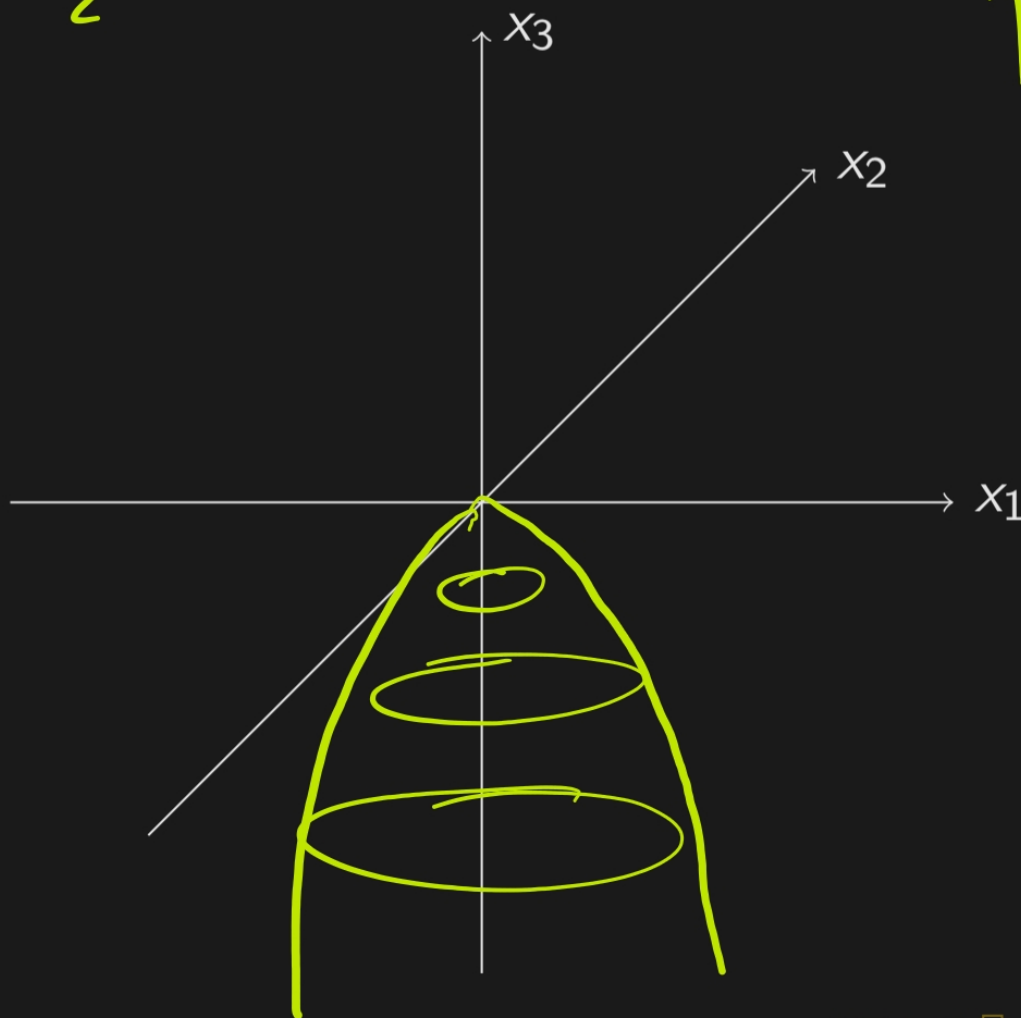


Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$

$$x_3 = -x_1^2 - x_2^2$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3 = 0$$

paraboloida
eliptyczna



Klasyfikacja hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$

Gdy $x_1 = 0$

$$-x_2^2 + x_3^2 = 0$$

$$x_3 = x_2$$

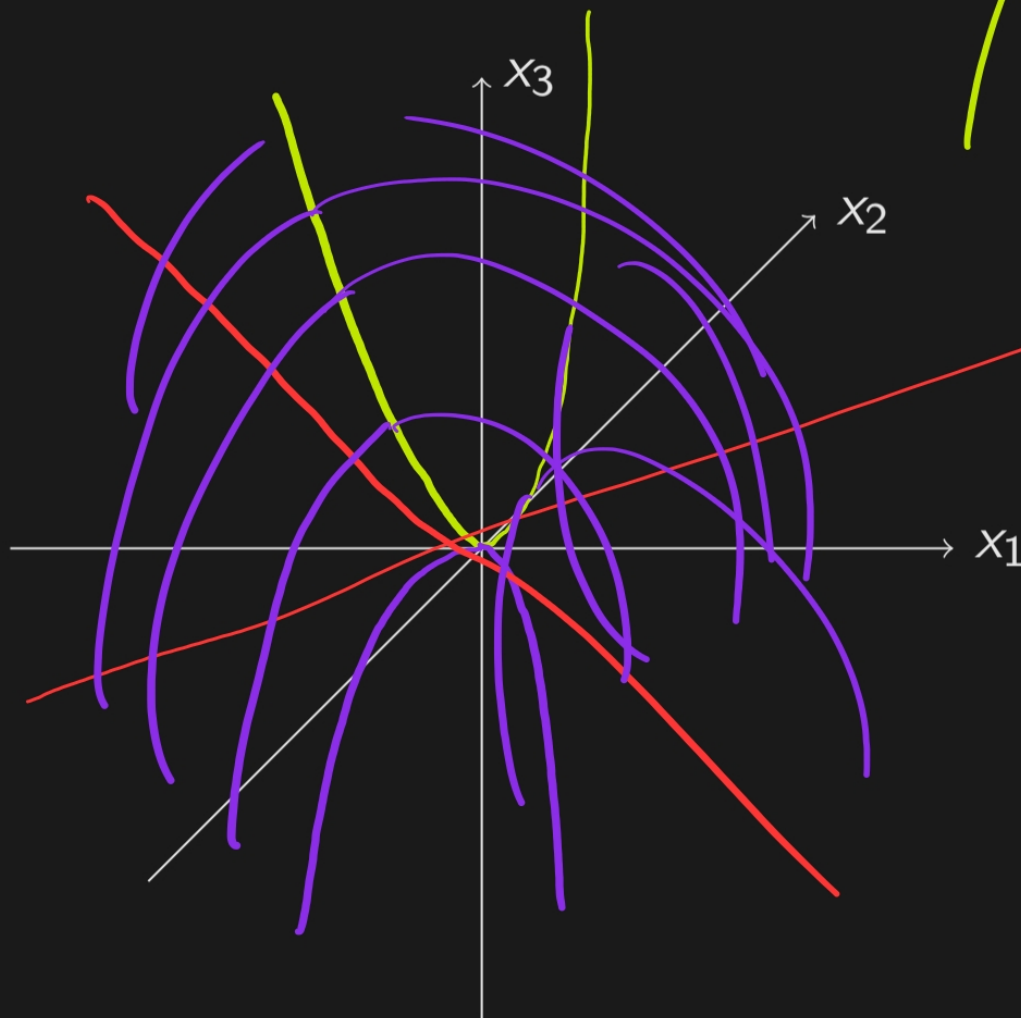
Gdy $x_2 = 0$

$$x_1^2 + x_3^2 = 0$$

Gdy $x_3 = 0$

$$x_1^2 - x_2^2 = 0$$

$$x_1^2 - x_2^2 + x_3 = 0$$



paraboloida
hiperboliczna