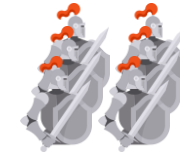

Wykład 7. Od dylematu więźnia do wojny nuklearnej



Piotr Morawiecki
14 kwietnia 2025

Powtórka z poprzedniego wykładu



	Broń zamek	Opuść zamek
Plądruj	1 / -1	2 / -2
Zaatakuj	0 / 0	3 / -3

Przykład 1: dylemat więźnia (1/2)

- Dwoje przestępców podejrzanych za napad na bank zostało zaaresztowanych i umieszczonych w osobnych celach.
- Każdy z nich może zdecydować czy podczas przesłuchania zdradzi swojego towarzysza czy będzie milczeć.
 - Jeśli obaj zdradzą towarzysza to każdy z nich otrzyma wyrok 5 lat.
 - Jeśli jeden z nich zdradzi, a drugi zachowa milczenie, to pierwszy uniknie kary, a drugi dostanie wyrok na 10 lat.
 - Jeśli oboje będą milczeć dostaną 6-miesięczny wyrok za inne przewinienia.



		Gracz A	
		Współpraca	Zdrada
Gracz B	Współpraca	-1/2 ; -1/2	-10 ; 0
	Zdrada	0 ; -10	-5 ; -5

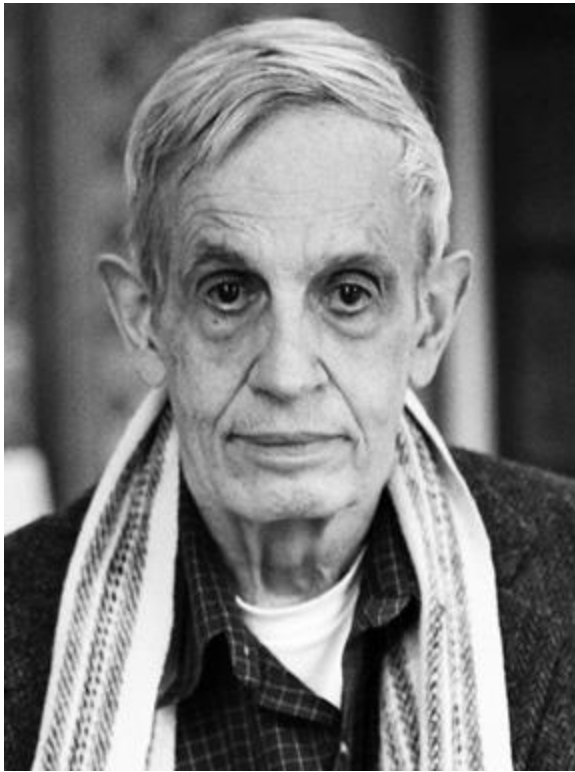
Przykład 1: dylemat więźnia (2/2)

- Jaka strategia jest optymalna?

		Gracz A	
		Współpraca	Zdrada
Gracz B	Współpraca	$-1/2 ; -1/2$	$-10 ; 0$
	Zdrada	$0 ; -10$	$-5 ; -5$

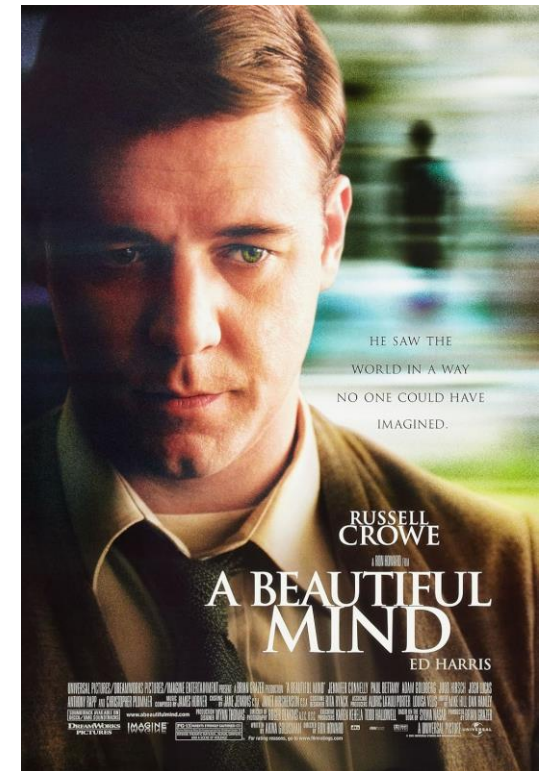
- **Równowaga Nasha** – profil strategii, w którym strategia każdego z graczy jest optymalna, przyjmując wybór innych graczy za ustalony.
-

John Nash



John Nash
(1928 – 2015)

- John Nash opublikował w publikacji z 1950 roku sformułował twierdzenie o istnieniu równowagi Nasha (znane jako *Twierdzenie Nasha*).
- Za swoje dokonania otrzymał nagrodę Nobla w dziedzinie ekonomii w 1994.
- W oparciu o jego życiorys nakręcono film „*Piękny Umysł*”.



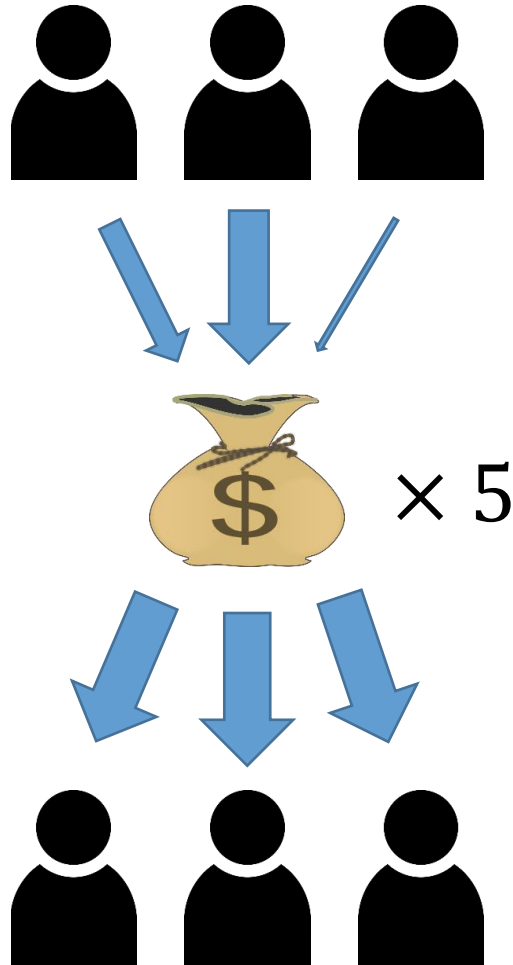
Przykład 2: dobra publiczne (1/2)

1. Każdy z graczy na początku dysponuje kwotą 10 złotych.

2. Jednocześnie każdy z graczy może przeznaczyć wybraną przez siebie kwotę do wspólnej puli.

3. Pieniądze w puli są mnożone przez 2 i rozdawane po równo wszystkim graczom.

4. Celem graczy jest zakończenie gry z jak największą kwotą.



Wejdź na
...
i zagłosuj

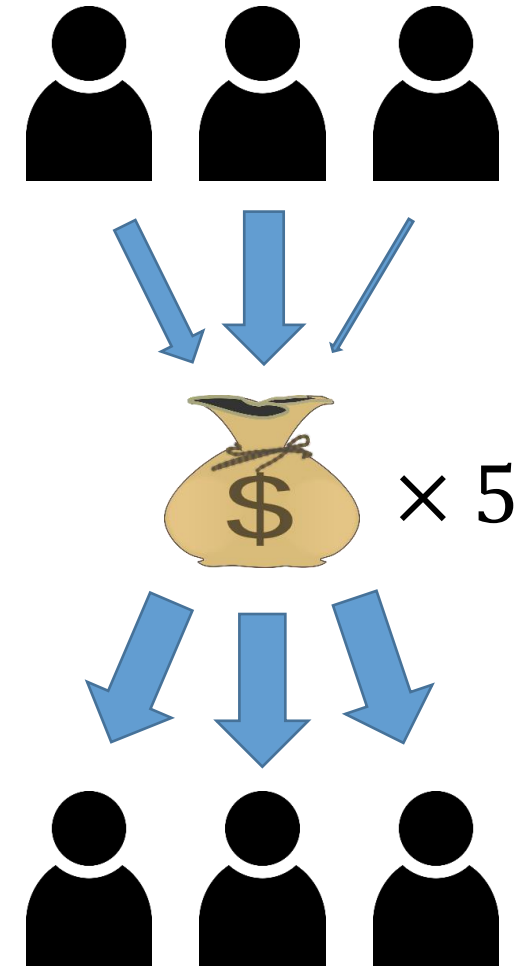
Przykład 2: dobra publiczne (2/2)

- Oznaczmy kwoty wpłacone przez graczy jako $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$.
- Wyплата graczowi 1 to:

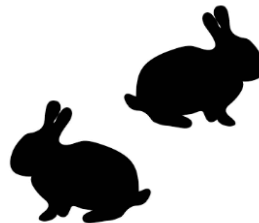
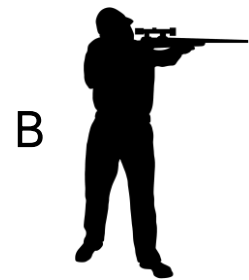
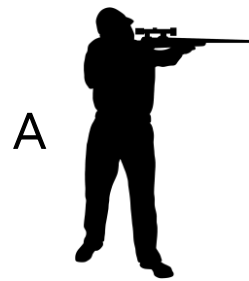
$$\begin{aligned} V_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= (10 - x_1) + \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \cdot 5}{n} \\ &= 10 - x_1 + \frac{5}{n}x_1 + \frac{(x_2 + \dots + x_n) \cdot 5}{n} \end{aligned}$$

- Niezależnie od kwot wpłaconych od innych graczy x_2, \dots, x_n , gracz 1 otrzyma najwyższą wypłatę dla $x_1 = 0$.
- Zatem jedynym stanem równowagi Nasha jest:

$$x_1 = 0, x_2 = 0, \dots, x_n = 0$$



Przykład 3: Polowanie na jelenia



Gracz A

		Jeleń	Zajac
Gracz B	Jeleń	4 / 4	0 / 2
	Zajac	2 / 0	2 / 2

Przykład 3: Polowanie na jelenia

Gracz A

		Jeleń	Zajac
Gracz B	Jeleń	4 / 4	0 / 2
	Zajac	2 / 0	2 / 2

W tej grze istnieją dwa stany równowagi Nasha:

- Obaj gracze polują na jelenia,
- Obaj gracze polują na zająca

Teoria gier a zbrojenia nuklearne

- W latach 50. po publikacji pracy Johna Nasha, zaczęto badać wnioski wynikające z teorii gier, początkowo m.in. w obszarze nauk politycznych.
- W RAND Corporation, jednostce badawczej założonej w 1948 roku przez Siły Zbrojne Stanów Zjednoczonych, pracowano nad zastosowaniem teorii gier do badania strategii nuklearnych.



Klatka z filmu „WarGames” (1983)

Case study 1: Zimna wojna (1/2)

- Dwa państwa (np. Stany Zjednoczone i Związek Radziecki) mogą w każdej chwili podjąć decyzję o ataku nuklearnym na drugie państwo.
- Zniszczenie drugiego państwa przynosi niewielką korzyść dla atakującego (np. wypłatę +1) i ogromną stratę dla atakowanego (np. wypłatę -10)

		USA	
		Atakuje	Nie atakuje
ZSRR	Atakuje	-9 ; -9	1 ; -10
	Nie atakuje	-10 ; 1	0 ; 0

Case study 1: Zimna wojna (2/2)

- Jaka strategia byłaby optymalna gdyby decyzje były podejmowane:
 - jednocześnie niezależnie od siebie?
 - sekwencyjnie, z możliwością kontrataku?

		USA	
		Atakuje	Nie atakuje
ZSRR	Atakuje	-9 ; -9	1 ; -10
	Nie atakuje	-10 ; 1	0 ; 0

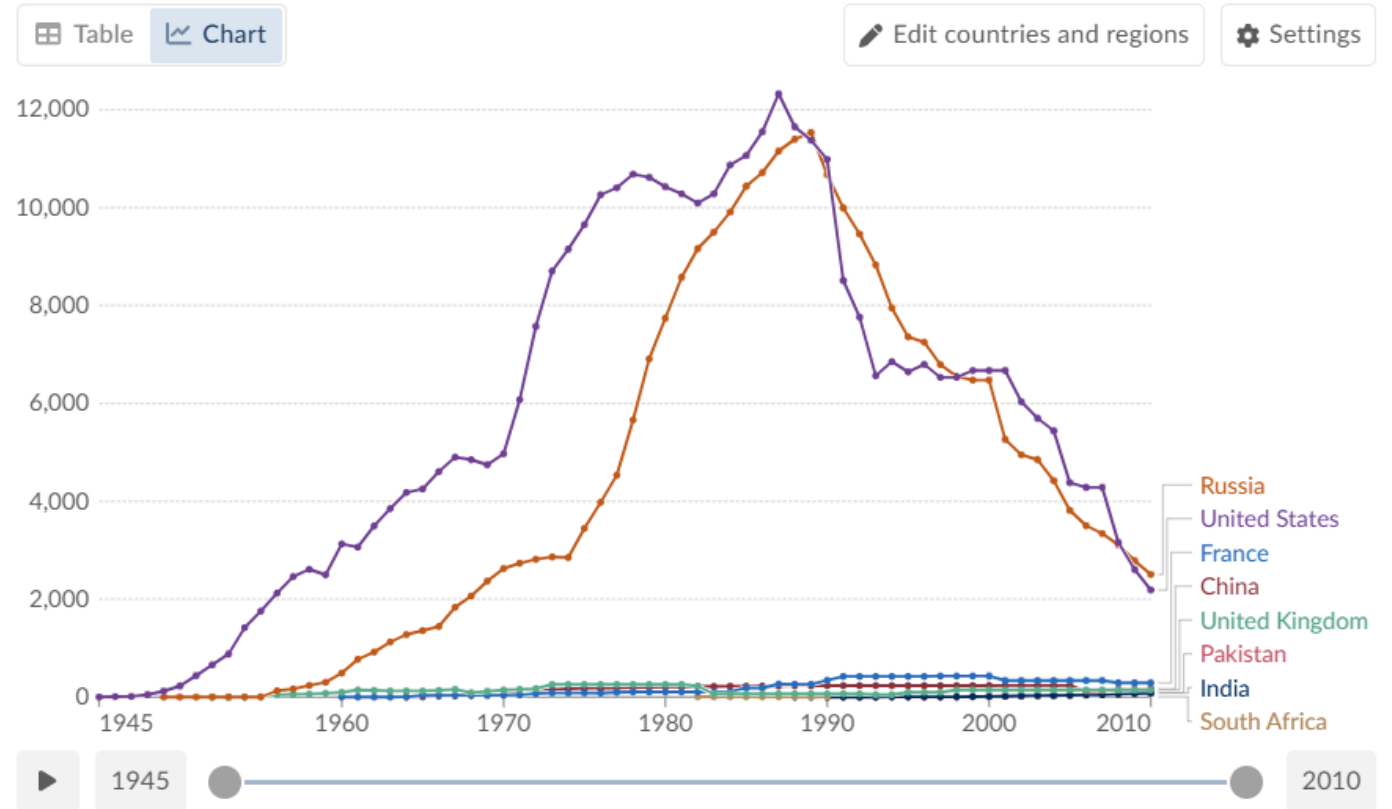
- **Mutually Assured Destruction** - doktryna strategii wojskowej, według której należy zmierzać do stanu, gdzie w przypadku wywiązania się konfliktu nuklearnego między dwiema stronami, doszłoby do zagłady obu przeciwników.
-

Historia zbrojeń jądrowych

Estimated number of nuclear warheads deliverable in first strike

Our World in Data

Nuclear warheads include those designed for use away from the battlefield, such as against military bases, arms industries, or infrastructure, that could be carried by ballistic missiles, bombers, and submarines in a first strike.



Data source: Suh - The Strategic Nuclear Forces Dataset v2.0 (2023) - [Learn more about this data](#)

Note: The exact number of countries' warheads is secret, and the estimates are based on publicly available information, historical records, and experts' estimates. Warheads vary substantially in their power.

OurWorldinData.org/nuclear-weapons | CC BY

Case study 2: Rozbrojenia nuklearne (1/2)

- Dwa państwa podpisują umowę rozbrojeniową o zlikwidowanie części arsenatu. Każdy kraj może wypełnić warunki umowy lub nie.
- Założenia:
 - rozbrojenie własnego państwa przynosi małą stratę $-a$.
 - rozbrojenie innego państwa przynosi duży zysk $+b$ ($b > a$).

		Gracz A	
		Rozbraja	Nie rozbraja
Gracz B	Rozbraja	$b-a ; b-a$	$b ; -a$
	Nie rozbraja	$-a ; b$	$0 ; 0$

Case study 2: Rozbrojenia nuklearne (2/2)

- Co by było gdyby gracze nie mogli kontrolować procesu rozbrajania bomb u drugiego gracza?
- Gra sprowadza się do **dylematu więźnia**.
- **Wniosek:** należy odpowiednio zmniejszyć wypłatę graczy nie dokonujących rozbrojeń (np. poprzez częściową kontrolę ich procesu rozbrojeniowego).
- Dla $c > b$ (np. sankcji wyższych niż zysk z potencjalnego ukrycia broni) równowagą Nasha będzie stan, w którym oba państwa dokonają rozbrojenia.

		Gracz A	
		Rozbraja	Nie rozbraja
Gracz B	Rozbraja	$b-a / b-a$	$b / -a-c$
	Nie rozbraja	$-a-c / b$	$-c / -c$

Iteracyjny dylemat więźnia

- Co by było gdyby gracze wielokrotnie grali w dylemat więźnia?
- Pojawiają się nowe stany równowagi Nasha na przykład strategia tit-for-tat, w której gracze w pierwszej rundzie współpracują, a w następnej kopiują ruch przeciwnika, np.:

runda	1	2	3	4	5	6
Tit-for-tat	współpraca	zdrada	zdrada	współpraca	współpraca	współpraca
Przeciwnik	zdrada	zdrada	współpraca	współpraca	współpraca	współpraca

- Zadanie na laboratorium komputerowe:

symulacja gry w iteracyjny dylemat więźnia

Podsumowanie wykładu

- **Równowaga Nasha** to profil strategii, w którym strategia każdego z graczy jest optymalna, przyjmując wybór innych graczy za ustalony.
- Nauczyliśmy się na kilku przykładach znajdować stany równowagi Nasha w tzw. strategiach czystych.
- Poznaliśmy m.in. dylemat więźnia, który był dokładnie badany m.in. w celu opisywania strategii jądrowych w czasach zimnej wojny i współcześnie.

