

## Ćwiczenia 3

**z poprzednich ćwiczeń — krótko** czy odcinek  $(0, 1)$  jest na pewno nieprzeliczalny?  
(nie wprost, wiemy że  $[0, 1]$  jest nieprzeliczalny);  
nieprzeliczalność  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}_+$ ,  $\mathbb{R}_-$  (bijekcje);  
suma szeregu geometrycznego (nieskończona, znamy już skończoną).

**zad.1.** Pokaż, że zbiór Cantora jest nieprzeliczalny.

*Wskazówka.* Zbiór Cantora można zdefiniować jako zbiór tych liczb z odcinka  $[0, 1]$ , które w rozwinięciu *trójkowym* mają albo tylko zera i dwójki, albo kończą się jedynką.

**zad.2.** Oblicz

- a) 'długość' zbioru Cantora (wskazówka: można określić długość odcinków, które *wyrzucamy* w każdym kroku — a następnie zsumować te długości i zoabczyć, co zostaje),
- b) pole dywanu i trójkąta Sierpińskiego,
- c) objętość piramidy Sierpińskiego.

Patrz:

[http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/minkowski/zbiór\\_Cantora.html](http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/minkowski/zbiór_Cantora.html)

<http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/fraktale/Dywan/dywan.html>

<http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/fraktale/Trojkat/trojkat.html>

<http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/fraktale/Piramida/piramida.html>

**zad.3.** (Patrz dodatek). Pokaż, że płatek Kocha jest figurą o nieskończonym obwodzie i skończonym polu.

**zad.4.** Oblicz wymiar fraktalny dywanu i trójkąta Sierpińskiego, płaska Kocha, piramidy Sierpińskiego.

Patrz

[http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/minkowski/def\\_wymiar.html](http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/minkowski/def_wymiar.html)

<http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/minkowski/index.html>