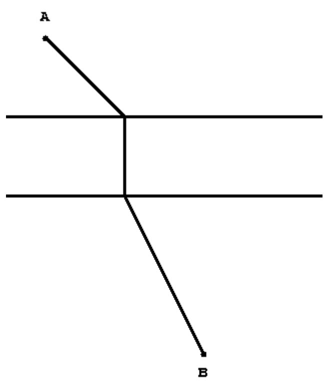
ĆWICZENIE 3

Optymalizacje geometryczne
Czas: 90’
Przygotował: Nguyen Hung Son

ZADANIE 1

Wioska A i szkoła B leżą po dwóch stronach autostrady.

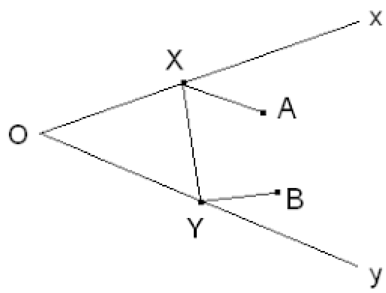
Gdzie należy budować kładkę (prostopadłą do autostrady), aby łączna droga z A do B była najkrótsza?



ZADANIE 2

Dane są dwa punkty A i B leżące wewnątrz kąta xOy. Znaleźć na ramionach kąta punkty X,Y tak, aby

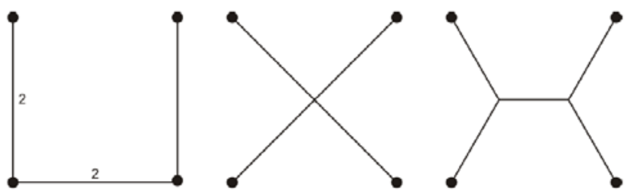
1. suma długości AX+XY była najmniejsza
2. długość łamanej AXYB była najmniejsza.



ZADANIE 3

Rozpatrujemy układ czterech punktów bedących wierzchołkami kwadratu o boku 2 oraz 3 przykładowe sieci połączeń.

1. Oblicz łączną długość połączeń tych sieci (w trzeciej sieci wszystkie kąty mają miarę 120°).
2. Pokazać, że trzecia sieć jest optymalna dla tych czterech punktów
3. Spróbuj uogólnić zadanie gdy mamy prostokąt lub dowolny czworokąt zamiast kwadratu.

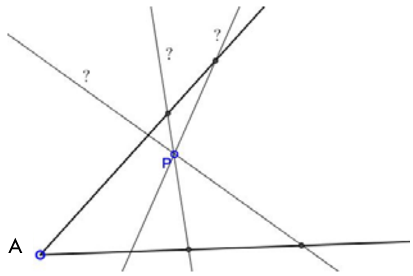


ZADANIE 4

Dany jest punkt P wewnątrz kąta xAy. Skonstruuj odcinek BC przechodzący przez P o końcach leżących na ramionach kąta xAy, aby suma

$$1/BP + 1/CP$$

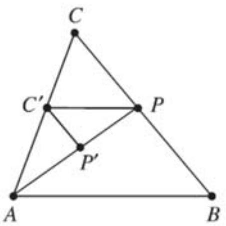
była największa



Wsk. Niech C' na AC i P' na AP będą punktami takimi, że PC'//AB i C'P'//BC
Można pokazać, że

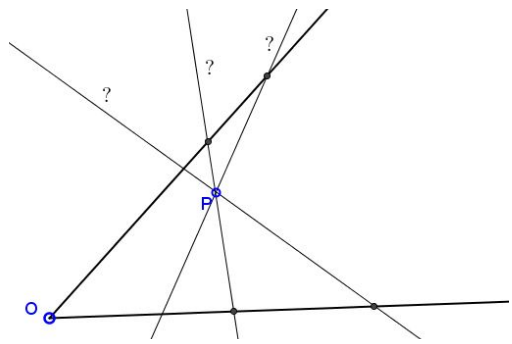
$$1/BP + 1/CP = 1/C'P'$$

Zatem ta wartość jest największa gdy C'P', a tym samym, BC był prostopadły do AP



ZADANIE 5

Dany jest punkt P wewnątrz kąta xOy. Prowadź przez punkt P prostą, która tworzy z ramionami kąta trójkąt o najmniejszym obwodzie.

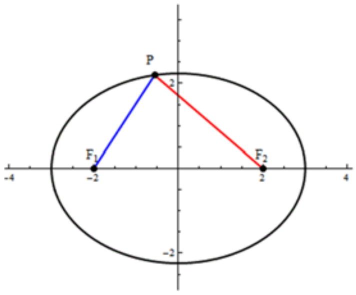


Rozwiązanie na:

http://www.cut-the-knot.org/m/Geometry/MinimumPerimeter.shtml

ZADANIE 6

a) Pokazać, że pośród trójkątów o takim samym obwodzie, trójkąt równoboczny ma największe pole.



b) Pokazać, że pośród czworokątów o takim samym obwodzie, kwadrat ma największe pole.