

Ćwiczenia: liczby zespolone

Projekt „Matematyka dla ciekawych świata”

spisał: Michał Korch

17 kwietnia 2015

1. Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej liczby. Podaj kąty, jakie tworzą z osią rzeczywistą i ich odległość od zera. (1p)

- $-2i$,
- $-2 + i$,
- $-(2 + 2i)$,
- $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$,
- $\sqrt{3} - i$,
- $2 + 2i - 3(i + 1)$.

2. Policz następujące iloczyny i narysuj te operacje na płaszczyźnie zespolonej (weryfikując na nich regułę mnożenia liczb zespolonych graficznie). (1p)

- $i \cdot (2 + 2i)$,
- $3 \cdot (2 - i)$,
- $3i \cdot (2 - i)$.

3. Policz następujące wyrażenia. Iloczyny narysuj na płaszczyźnie zespolonej. (2p)

- $(1 - i) \cdot (2 + 2i)$,
- $(1 - \sqrt{3}i) \cdot (\sqrt{3} - i)$,
- $(-5 - 3i) \cdot (1 - i)$,
- $4(i + 1)^2$,
- $(i + 1)(i - 1)$,
- $4(2i - 3)^2 - 2(2 + i)$,
- $\frac{i+4}{2}$,
- $\frac{i+4}{2} + 3i - 1$,
- $(3i - 1)(3i + 1)$.

4. Udowodnij, korzystając z Tw. Pitagorasa, sformułowany na wykładzie fakt, że jeśli liczby zespolone z_1, z_2 są odległe od zera o odpowiednio a_1 i a_2 , to $z_1 \cdot z_2$ jest odległe od zera o $a_1 \cdot a_2$. (3p)

5. Policz (zapisz w postaci $a + bi$) liczby. (2p)

- $\frac{1}{i}$,
- $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{-i}$,
- $\frac{i+1}{i}$,
- $\frac{2}{1+i}$,
- $\frac{i}{1+i}$,
- $\frac{2+i}{1+i}$,
- $\frac{2+i}{2-i}$,
- $\frac{(1+i)^2}{1+i}$,
- $\frac{(1+i)^2 - 4}{1+i}$.

6. Policz (zapisz w postaci $a + bi$) liczby (możesz korzystać z metody związanej z rysowaniem na płaszczyźnie zespolonej). (3p)

- $\sqrt{-4}$,
- $\sqrt{-i}$,
- $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$,
- $\sqrt{-2 + 2\sqrt{3}i}$.