

Matematyka dla ciekawych

Michalina Pacholska
mpacholska@student.uw.edu.pl

21 marca 2014

Dla niewtajemniczonych: na dzisiejszych zajęciach powstało dużo dygresji o fizyce, ogólnej teorii względności i o geometriach. Stąd parę zadań na dodatkowe punkty. Są trochę chaotycznie spisane, jakby coś było niejasne, to piszcie.

1 Zadanie za 2 pkt

1. Oblicz czas własny ludzika siedzącego na kanapie w statku kosmicznym, który porusza się z punktu $(0, 0)$ do $(1, 2)$ a potem do $(2, 4)$ w jednostkach $[x, ct]$. Czas własny to długość odcinka w „metryce” Minkowskiego, czyli $\sqrt{-x^2 + (ct)^2}$.
2. Narysuj okręgi w „metryce” Minkowskiego (o środku w 0 i promieniach $1, 0$ i -1). Dodatkowo, zastanów się jakie to krzywe.

2 Zadania za 3 pkt

1. Pokaż, że suma kątów w trójkącie¹ na sferze o promieniu jeden jest równa π + pole powierzchni trójkąta. *Wskazówka: da się to zrobić elementarnie.*
2. W „metryce” Minkowskiego możemy mówić o iloczynie skalarnym dwóch wektorów. Chcemy, żeby na tym samym wektorze $x \cdot x$ wynosił kwadrat odległości (odległości między końcami w „metryce” Minkowskiego). Poza tym chcemy, żeby $x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_1$. Jak go zdefiniować? Podaj przykładowe wektory prostopadłe do siebie (niezerowe). Czy są wektory prostopadłe same do siebie?

¹trójką to „ten mniejszy obszar” otoczony fragmentami kół o promieniu takim jak sfera