

WINDY, TRAMWAJE I SKARPETY

CZYLI JAK

RACHUNEK
PRAWDOPODOBIENSTWA

WIDZI

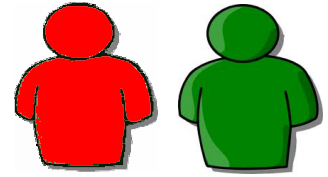
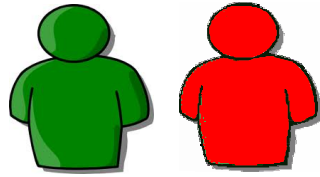
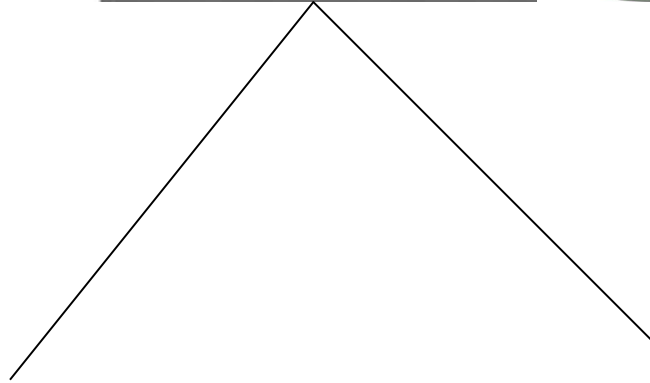
POKERZYSTA

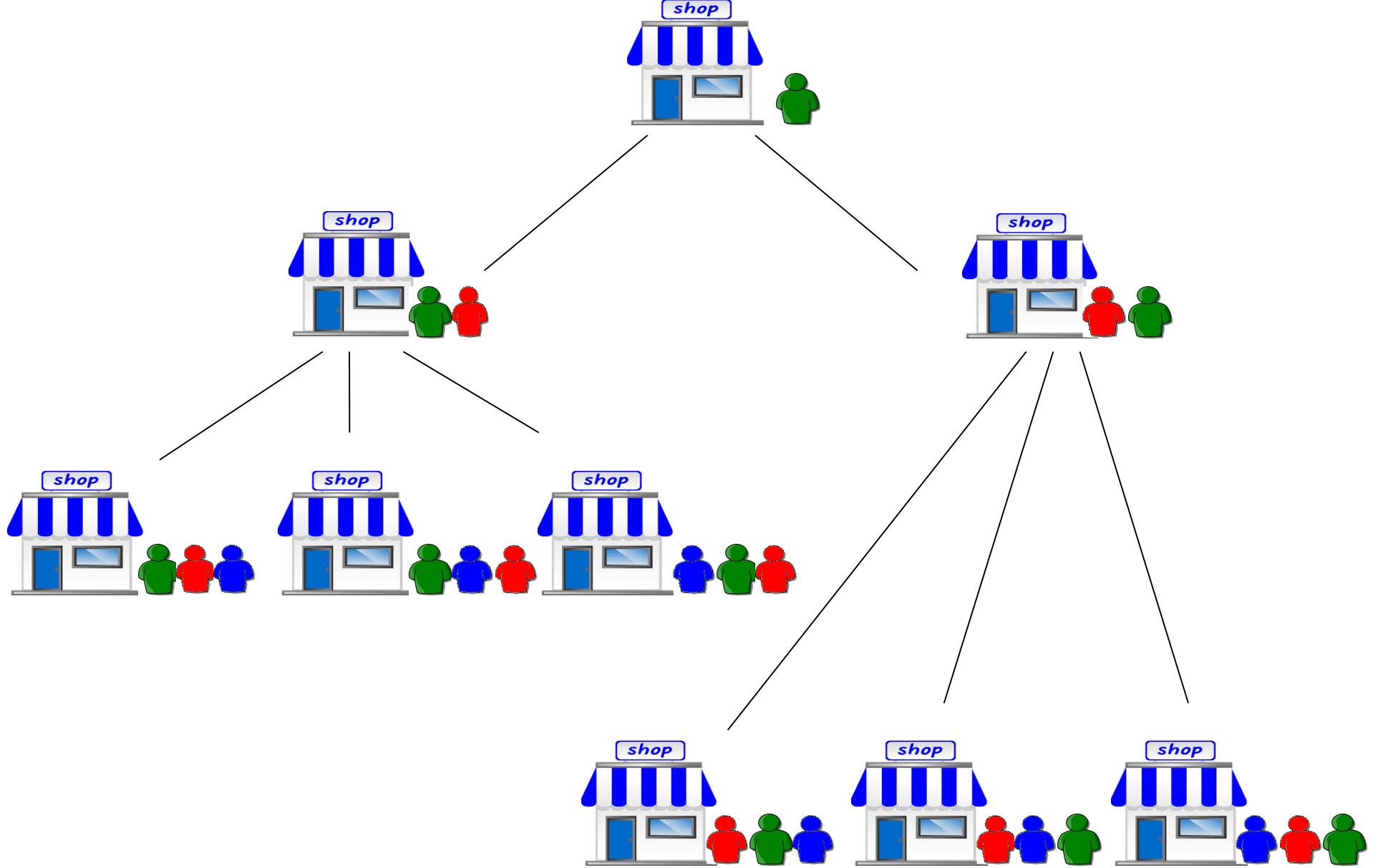


Na ile sposobów można
ustawić **n** osób w kolejce?









Na ile sposobów można
ustawić **n** osób w kolejce?

$$n! = 1 * 2 * 3 * \dots * n$$

A co, jeśli $n = 0$?

$$0! = ?$$

A co, jeśli $n = 0$?

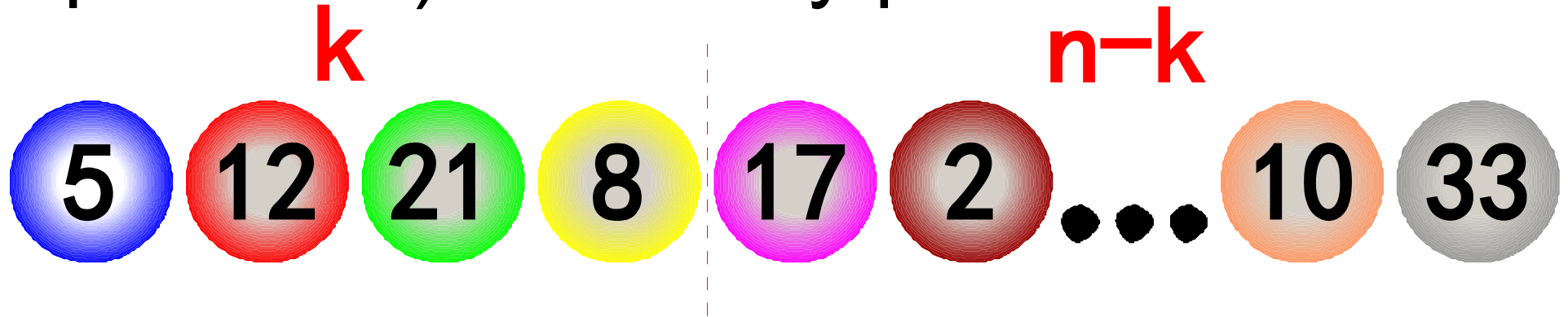
$$0! = 1$$

Dowód poniżej:

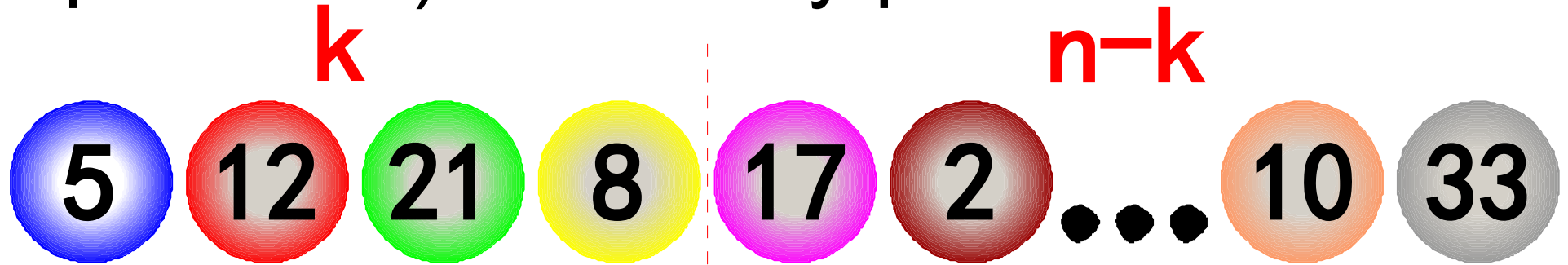


Na ile sposobów można
wybrać **k** kul spośród **n** ?
(jeśli kolejność nie ma znaczenia)

1) Ustawiamy wszystkie kulki (na $n!$ sposobów). Bierzemy pierwsze k

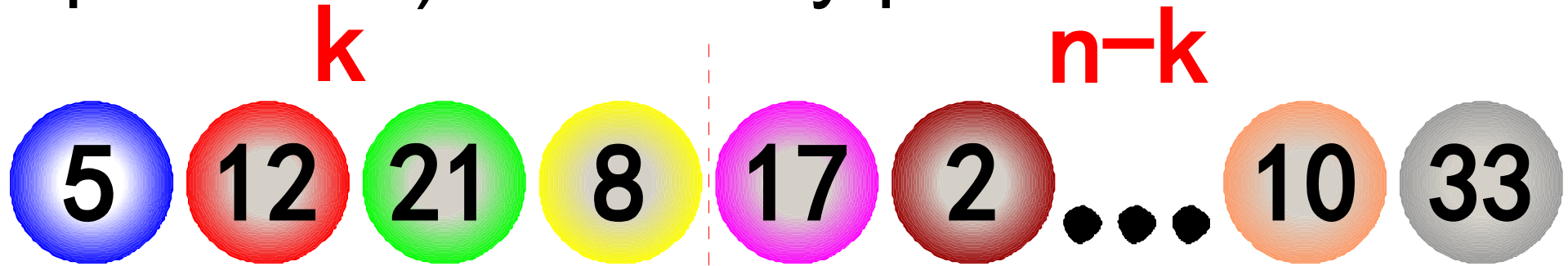


1) Ustawiamy wszystkie kulki (na $n!$ sposobów). Bierzemy pierwsze k



2) Ale interesujące nas kulki policzyliśmy za dużo razy ($k!$)

1) Ustawiamy wszystkie kulki (na $n!$ sposobów). Bierzemy pierwsze k

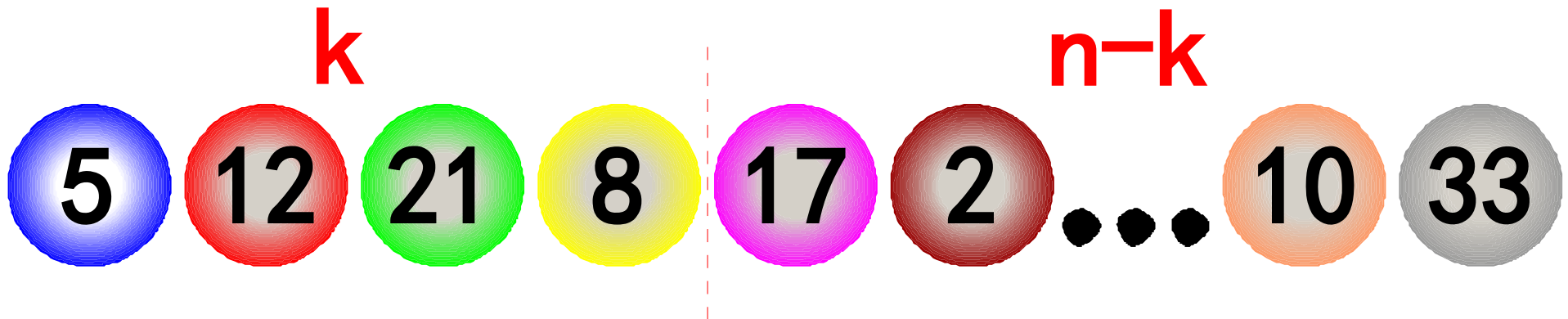


2) Ale interesujące nas kulki policzyliśmy za dużo razy ($k!$)

3) Podobnie te nieistotne ($(n-k)!$ razy)

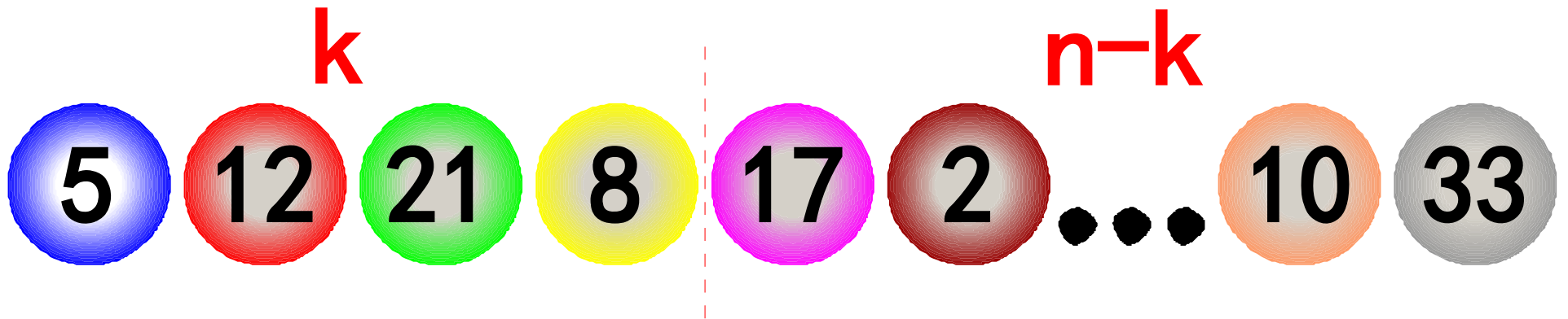
Na ile sposobów można
wybrać **k** kul spośród **n** ?
(jeśli kolejność nie ma znaczenia)

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$



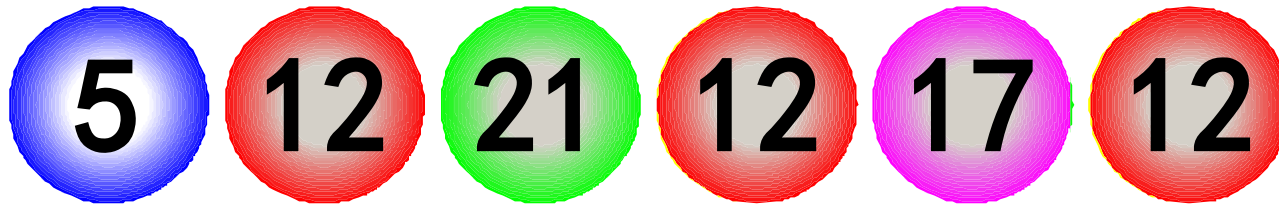
A jeśli kolejność ma znaczenie?

$$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

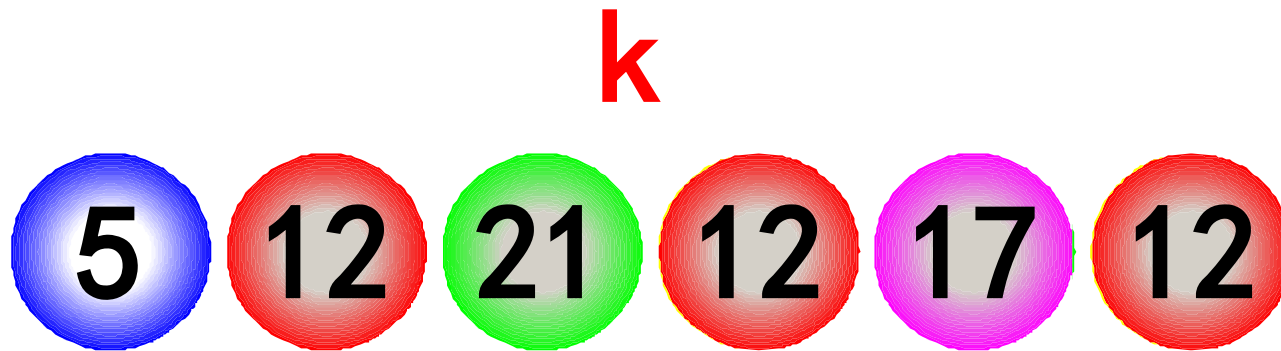


A jeśli można zwracać kulki?

k



A jeśli można zwracać kulki?



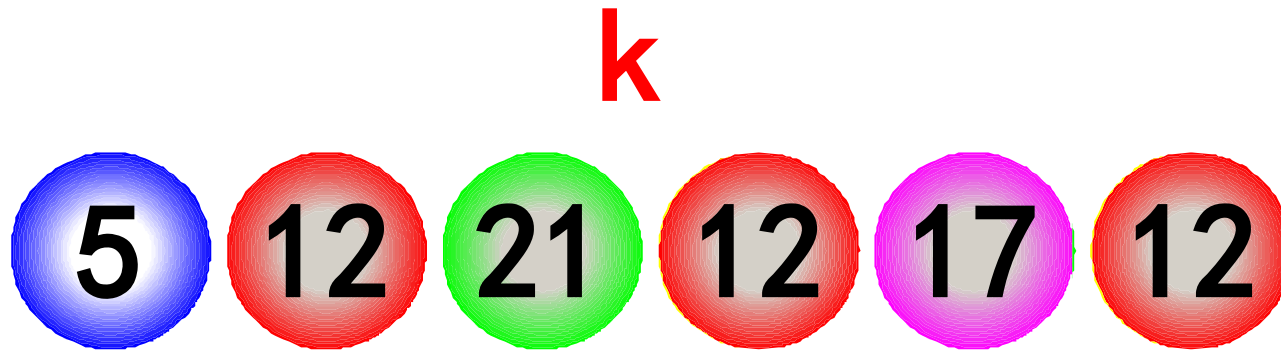
n możliwych kulek na 1. miejscu,

n możliwych kulek na 2. miejscu,

...

n możliwych kulek na **k-tym** miejscu.

A jeśli można zwracać kulki?



$$W_n^k = n^k$$

Kiedy mnożyć ?

Ola ma 4 spódnice i 5 bluzek. Na ile sposobów może się ubrać?



Kiedy mnożyć ?

Ola ma 4 spódnice i 5 bluzek. Na ile sposobów może się ubrać?



$$4 * 5 = 20$$

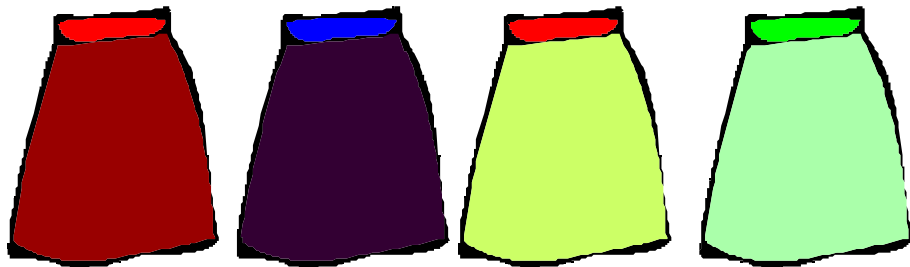
Kiedy dodawać ?

Ola ma 4 spódnice (2 ciemne, 2 jasne) i 5 bluzek (2 ciemne, 3 jasne). Na ile sposobów może się ubrać, żeby pasowało?



Kiedy dodawać ?

Ola ma 4 spódnice (2 ciemne, 2 jasne) i 5 bluzek (2 ciemne, 3 jasne). Na ile sposobów może się ubrać, żeby pasowało?



$$2 * 2 + 3 * 2 = 10$$

Jakie jest prawdopodobieństwo ...

- ... orła w rzucie monetą?
- ... liczby podzielnej przez 3 w rzucie kostką?
- ... że w 175 rzutach monetą wypadnie więcej orłów, niż reszek?
- ... trafienia 6 w lotto ?

$$C_{49}^6 = \binom{49}{6} = \frac{49!}{6!43!} =$$

$$1 * 2 * 3 * \dots * 49$$

$$\frac{1 * 2 * 3 * \dots * 49}{1 * 2 * 3 * \dots * 6 * 1 * 2 * 3 * \dots * 43} =$$

$$\frac{44 * 45 * 46 * \dots * 49}{1 * 2 * 3 * \dots * 6} = 13983816$$

1

10

22

13

7

42

31

18

44

Czy opłaca się grać w Totolotka?

1

10

22

13

7

42

31

18

44

TO ZALEŻY !!

Jeśli W to możliwa wygrana za trafienie 6 ...

1

10

$$E = \frac{1}{13983816} * W + \frac{13983815}{13983816} * (-3)$$

22

13

7

42

31

18

44

W ruletce jest 37 pól – 18 czerwonych, 18 czarnych i 1 zielone. Obstawiamy Czerwone/Czarne – w przypadku trafienia dostajemy dwukrotność zakładu. Jaka jest wartość oczekiwana naszej wygranej, jeśli stawiamy zawsze N zł_?

W ruletce jest 37 pól – 18 czerwonych, 18 czarnych i 1 zielone. Obstawiamy Czerwone/Czarne – w przypadku trafienia dostajemy dwukrotność zakładu. Jaka jest wartość oczekiwana naszej wygranej, jeśli stawiamy zawsze ***N*** zł?

$$E = \frac{18}{37} * (N) + \frac{19}{37} * (-N) = \frac{-1}{37} N$$

Wybieramy losową liczbę naturalną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie ona podzielna przez 5 ?

Wybieramy losową liczbę naturalną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie ona podzielna przez 5 ? Może $\frac{1}{2}$?

1 --- 5

2 --- 10

3 --- 15

4 --- 20

6 --- 25

7 --- 30

...

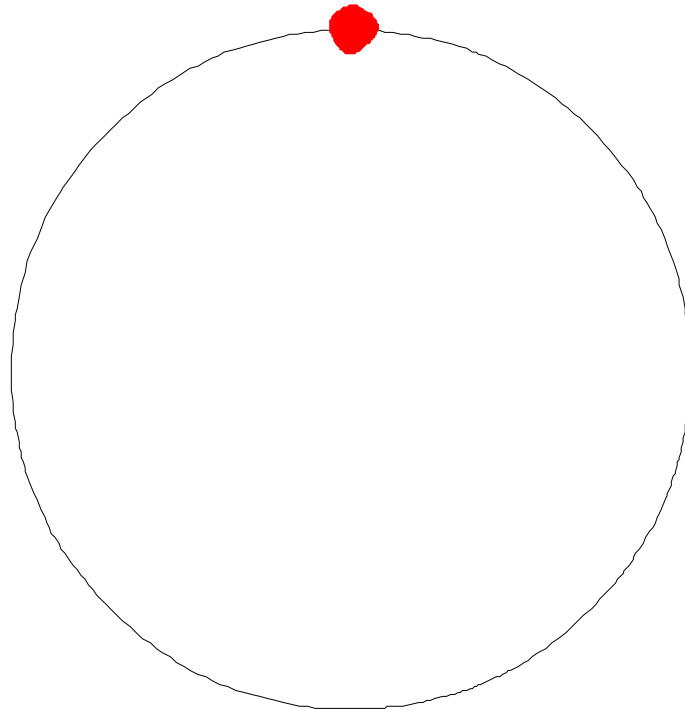
Wybieramy losową liczbę naturalną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie ona podzielna przez 5 ? Może $\frac{1}{2}$? A może $\frac{1}{4}$?

1 --- 5
2 --- 10
3 --- 15
4 --- 20
6 --- 25
7 --- 30
...

1 --- 2 --- 3 --- 5
4 --- 6 --- 7 --- 10
8 --- 9 --- 11 --- 20
...

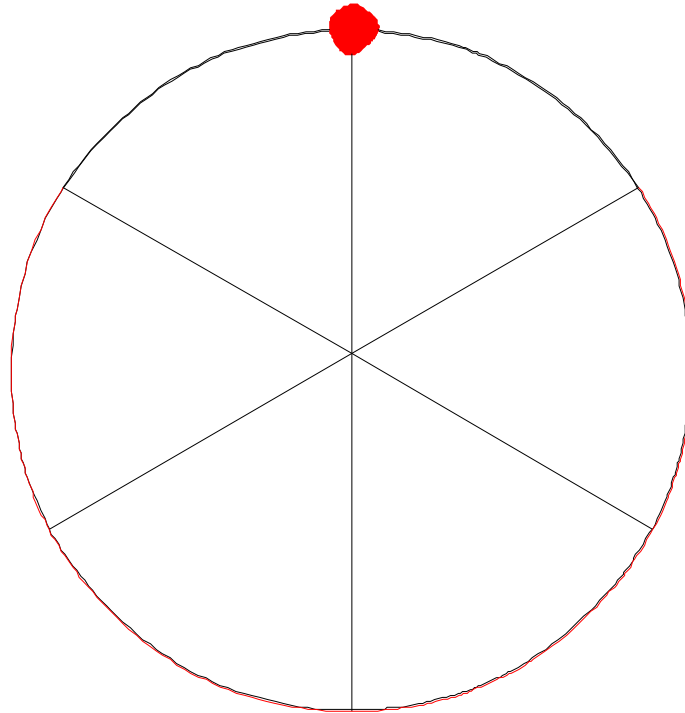
Wybieramy losową cięciwę na okręgu o promieniu 1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ta cięciwa będzie dłuższa niż 1 ?

Wybieramy losową cięciwę na okręgu o promieniu 1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ta cięciwa będzie dłuższa niż 1 ?

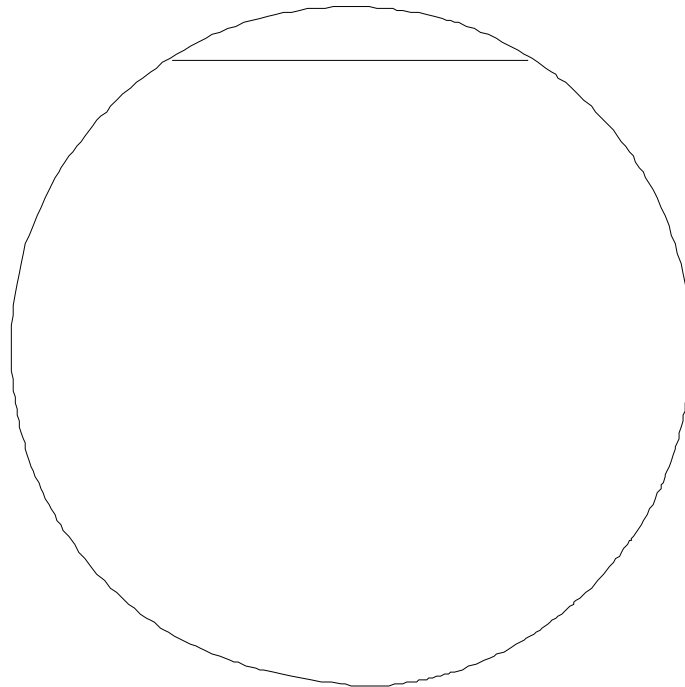


Wybieramy losową cięciwę na okręgu o promieniu 1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ta cięciwa będzie dłuższa niż 1 ?

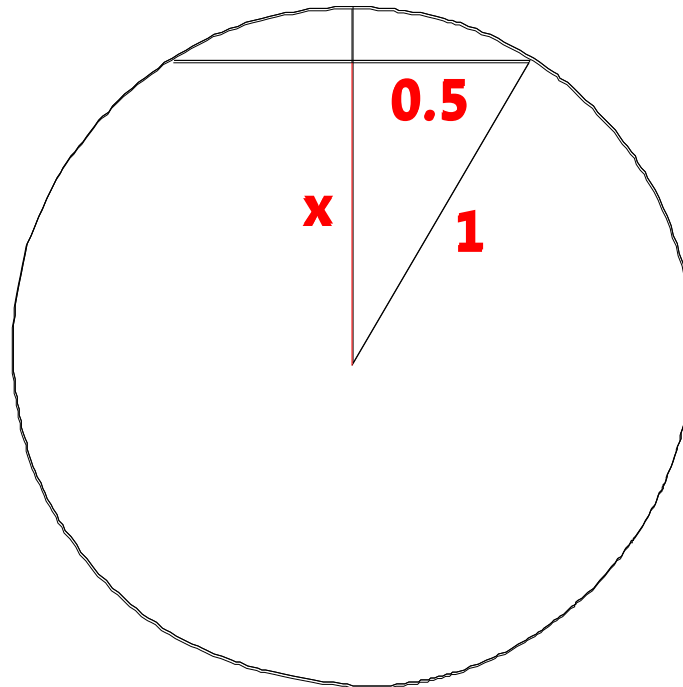
$\frac{2}{3}$



Wybieramy losową cięciwę na okręgu o promieniu 1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ta cięciwa będzie dłuższa niż 1 ?



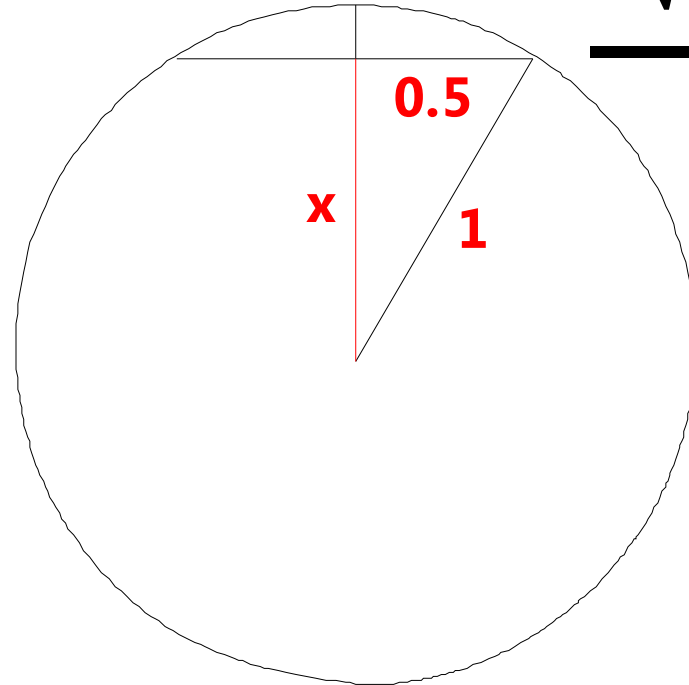
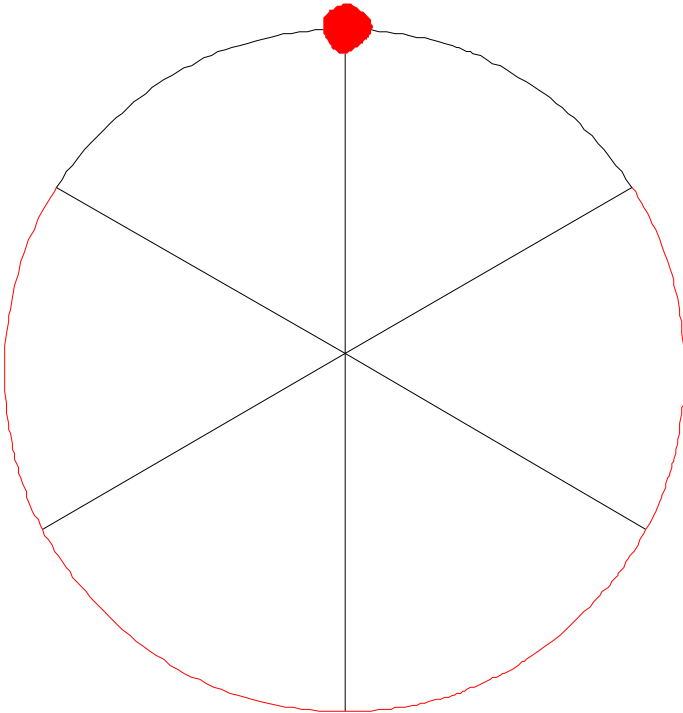
Wybieramy losową cięciwę na okręgu o promieniu 1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ta cięciwa będzie dłuższa niż 1 ?



$$\frac{\sqrt{(3)}}{2}$$

Wybieramy losową cięciwę na okręgu o promieniu 1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ta cięciwa będzie dłuższa niż 1 ?

2
|
3



$$\frac{\sqrt{(3)}}{2}$$

2