

Zadania

wątek: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo — część I

Przede wszystkim dla osób, które nie miały jeszcze rachunku p-stwa w szkole lub miały go tylko na poziomie podstawowym

Projekt „Matematyka dla ciekawych świata”
spisała: Maria Gokieli

6 marca 2014

Wszystkie zadania są typowe. Zaczerpnięto je ze zbioru zadań W. Szlenka „Rachunek Prawdopodobieństwa” oraz materiałów do wykładu dla WNE UW, P. Wolff, http://www.mimuw.edu.pl/~pwolff/RP_dla_WNE/. Uwaga, zdobywacie już regularny poziom studentów ekonomii.

1 Łatwe (szczególnie jak się już zdobędzie orientację i wprawę!)

- Z kolejnych liczb naturalnych od 1 do 19 losujemy jednocześnie 2 liczby.
 - Na ile sposobów możemy to zrobić?
 - Jakie znaczenie ma słowo ”jednocześnie” w treści zadania, dla odpowiedzi w poprzednim punkcie?
 - Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że suma tych liczb będzie parzysta?
- Rzucamy 5 razy kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że
 - żaden z wyników nie powtórzy się;
 - będzie co najmniej jedna powtórka;
 - otrzymamy kolejnych pięć liczb naturalnych, w kolejności rosnącej lub malejącej;
 - otrzymamy kolejnych pięć liczb naturalnych, w jakiegokolwiek kolejności.
- Rzucamy 5 razy kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że otrzymamy dokładnie trzy powtórki.
- Z talii 52 kart losujemy bez zwracania 7 kart. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że
 - wylosowaliśmy co najmniej 6 kierów,
 - wylosowaliśmy dokładnie 6 kierów,
 - nie wylosowaliśmy żadnego króla,
 - nie wylosowaliśmy żadnego pika lub nie wylosowaliśmy żadnego asa,
 - za pierwszym razem wylosowaliśmy figurę?
- Ze zbioru $0, 1, 2, \dots, 9$ losujemy kolejno bez zwracania cztery cyfry a, b, c, d . Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że
 - a jest największą z wylosowanych cyfr?
 - ciąg (a, b, c, d) jest rosnący?
- Rozdano 52 karty czterem graczom, po 13 kart każdemu. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że każdy gracz otrzymał co najmniej jednego pika.
- Litery A, A, A, B, B, R, R, R ustawiono losowo w ciąg. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że otrzymano wyraz RABARBAR?
- Ze zbioru $1, 2, \dots, 20$ losujemy ze zwracaniem 10 liczb. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że największą z wylosowanych liczb jest 13.

2 Wymagające niekiedy odrobinę więcej wiedzy

9. Do pustego pociągu składającego się z n wagonów wsiada
- n podróżnych,
 - $n + 1$ podróżnych.
- Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w każdym wagonie będzie siedział co najmniej jeden podróżny.
10. Z talii 52 kart losujemy bez zwracania 5 kart. Jakie jest prawdopodobieństwo, że mamy dokładnie trzy asy, jeśli wiadomo, że
- nie wylosowaliśmy ani jednego pika,
 - mamy co najmniej jednego asa czarnego koloru,
 - pierwszą wylosowaną kartą jest as?
11. Gracz dostał 13 kart (z talii 52 kart), obejrzał 8 z nich i stwierdził, że nie ma asa. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w ogóle nie ma asa?
12. Rzucamy raz prawidłową kostką, a następnie jeszcze raz, jeśli nie wypadła szóstka. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w którymś z rzutów wyrzuciliśmy piątkę?
13. W urnie znajduje się pięć prawidłowych kostek do gry oraz jedna nieprawidłowa, z samymi szóstkami. Losujemy kostkę, a następnie wykonujemy nią dwa rzuty.
- Jakie jest prawdopodobieństwo, że wypadną dwie szóstki?
 - Wypadły dwie szóstki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowano nieprawidłową kostkę?
14. Wśród 1000 osób przystępujących do testu jest 20 dyslektyków. Osoba z dysleksją zda test z prawdopodobieństwem 0,2, natomiast osoba nie będącą dyslektykiem zda test z prawdopodobieństwem 0,8.
- Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba zda test?
 - Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba w dwóch podejściach dwukrotnie nie zda testu? (Zakładamy, że wyniki kolejnych podejść są niezależne).
15. Sytuacja z poprzedniego zadania.
- Założmy, że losowo wybrana osoba zdała test. Jakie jest prawdopodobieństwo, że nie jest dyslektykiem?
 - Założmy, że losowo wybrana osoba zdała test. Jakie jest prawdopodobieństwo, że zda ten test za rok?
16. Rzucono 3 razy kostką. Jakie jest prawdopodobieństwo, że szóstka nie wypadła ani razu, jeśli wiadomo, że nie pojawiła się ani czwórka, ani dwójka?
17. n osób ($n \geq 3$), wśród których są osoby X , Y oraz Z , ustawia się losowo w kolejce. Wyznacz prawdopodobieństwo, że X stoi przed Y (niekoniecznie bezpośrednio), jeśli wiadomo, że Z stoi tuż za Y .
18. Dysponujemy dwiema monetami: prawidłową oraz nieprawidłową, dla której prawdopodobieństwo wypadnięcia orła wynosi $2/3$. Losujemy monetę i wykonujemy nią dwa rzuty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w obu rzutach dostaniemy ten sam wynik?
19. Wylosowano liczbę z przedziału $[0, 3]$. Wyznacz prawdopodobieństwo, że jest ona mniejsza niż 2, jeśli wiadomo że jest większa niż 1.
20. W pierwszej urnie umieszczono dwie białe kule, a w drugiej urnie - jedną białą i jedną czarną kulę. Wylosowano urnę, a następnie wylosowano kulę z tej urny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowano z pierwszej urny, jeśli wiadomo iż wyciągnięta kula miała biały kolor?

3 Trochę trudniejsze

21. Z odcinka o długości 2 wylosowano dwa punkty, dzielące ten odcinek na trzy części. Jakie jest prawdopodobieństwo, że środkowa część jest najmniejsza?