

Laboratorium 6 — Liczby Zespólone i Fraktale

- 1. Wprowadzenie.** Zapoznaj się ze sposobem wykorzystywania liczb zespolonych w Scilabie. Sprawdź jak działają funkcje `real`, `imag`, `conj`, `abs` i podstawowe działania na liczbach zespolonych.
- 2. Więźniowie kontra uciekinierzy.** Rozważ ciąg zespolony dany definicją rekurencyjną

$$z_{n+1} = z_n^2 + c, \quad (1)$$

gdzie c jest pewnym parametrem zespolonym. Napisz procedurę `licz_wektor_zn(z1,c,n)`, która obliczy n pierwszych elementów ciągu (1). Wykorzystaj napisaną procedurę do obliczenia pierwszych 7 wyrazów badanego ciągu, narysuj je na płaszczyźnie zespolonej, a następnie narysuj jak zależy wartość bezwzględna $|z_n|$ od numeru kroku. Obliczenia przeprowadź dla stałej $c = -0.9$ i dwóch warunków początkowych

- a) $z_1 = 0.7 - 0.2i$,
- b) $z_1 = 0.7 + 0.4i$.

Którą z otrzymanych trajektorii nazwałbyś „trajektorią więźnia”, a którą „trajektorią uciekiniera”? Odpowiedź uzasadnij.

- 3. Zbiory Julii.** Zbiory punktów na płaszczyźnie zespolonej, które po wykorzystaniu jako warunek początkowy ciągu rekurencyjnego (1) prowadzą do zachowań typu więzień są ciekawymi obiektami matematycznymi. Nazywamy je *zbiorami Julii*, od nazwiska dwudziestowiecznego francuskiego matematyka Gastona Julii (1893-1978). Uruchom dostarczony przez prowadzącego skrypt `julia.sci`. Zmodyfikuj skrypt tak, aby rysował zbiory Julii dla innych wartości parametru c :

- a) $c = -0.9$,
- b) $c = -0.4 + 0.6i$,
- c) $c = -0.835 - 0.2321i$,
- d) $c = 0.2557$.

Porównaj obserwowane kształty.

4. Zbiory Julii — powiększanie. Uzupełnij program `julia.sci` o opcję powiększania.

W tym celu dodaj bezparametrową procedurę `powiekszaj()`, która odczyta położenia kliknięcia myszką w dwóch punktach na obrazku. Następnie wywoła procedurę `rysuj_julie`, z zakresem parametrów zdefiniowanych przez prostokąt, który kliknięciami wyznaczył użytkownik. Posługując się zmodyfikowanym programem zaobserwuj *samopodobieństwo zbiorów Julii*.

Wskazówka. Do wyznaczania minimum i maksimum służą odpowiednio procedury Scilaba `min` i `max`. Np.

```
-->min(3, -1, 7)
ans  =
  - 1.
-->max(3, -1, 7)
ans  =
  7.
```