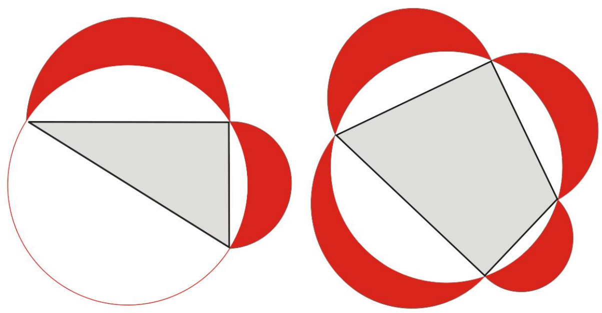
Ćwiczenia 1

0. Księżyce Hipokratesa. Udowodnij, że pole zaznaczonego obszaru jest równe polu trójkąta prostokątnego. Czy tak samo dzieje się dla czworokąta? Uzasadnij.



1. Przeliczalność. Wykaż równoliczność zbiorów:

(a) {1,2,3,4} i {6,7,8,9}

(b) zbiór liczb parzystych i nieparzystych

(c) zbiór liczb naturalnych i zbiór kwadratów liczb naturalnych

(d) zbiór liczb całkowitych i parzystych

(e) zbiór liczb naturalnych i całkowitych

(f) całkowitych i wymiernych

(g) (*) naturalnych nieparzystych i wymiernych

2. Continuum. Wykaż równoliczność:

(a) odcinków $[0,1]$ i $[3,4]$

(b) odcinków $[0,1]$ i $[4,10]$

(c) odcinków $[0,1]$ i $[a,b]$, gdzie $a,b \in R$

(d) odcinka $(0,1)$ i prostej

(e) odcinka $(0,1)$ i prostej

(f) kwadratu $[0,1] \times [0,1]$ i płaszczyzny

(g) (*) odcinków $[0,1]$ i $[0,1)$

(h) (*) odcinków $(0,1)$ i $[0,1]$

(i) (*) odcinka $(0,1)$ i zbioru $[2,2]\backslash\{-1,1\}$

3. Wielokąty wpisane. Oblicz pola następujących wielokątów wpisanych w okrąg o promieniu R:

(a) trójkąt równoboczny

(b) kwadrat

(c) (*) n-kąt foremny

4. Praca domowa. (a) (**) Wykaż, że zbiór liczb algebraicznych na moc $\aleph_0$.

(b) (**) Czy istnieje prosta przechodząca przez $(0, 0)$, która nie przecina żadnego innego punktu ze zbioru $Q \times Q$?

(c) (**) Czy istnieje okrąg zawierający dwa ustalone punkty p i q ze zbioru $(R \times R) \setminus (Q \times Q)$, który nie przecina żadnego punktu z $Q \times Q$.

Uwaga: Q oznacza zbiór liczb wymiernych.