Ustawa w sprawie równoliczności

24 września 2011

Definicje

Proponujemy Wam samodzielną pracę ze zgłębianiem definicji.
Doprecyzujemy to, co pojawiło się już na wykładzie.

Definicja 1

Funkcję $f : X \to Y$, dla której spełniony jest warunek, że

Definicja 1

Funkcję $f : X \to Y$, dla której spełniony jest warunek, że dla każdych $x_1, x_2 \in X$

Definicja 1

Funkcję $f: X \to Y$, dla której spełniony jest warunek, że dla każdych $x_1, x_2 \in X$

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Definicja 1

Funkcję $f : X \to Y$, dla której spełniony jest warunek, że dla każdych $x_1, x_2 \in X$

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

nazywamy **różnowartościową** (iniekcją).

Definicja 1

Funkcję $f : X \to Y$, dla której spełniony jest warunek, że dla każdych $x_1, x_2 \in X$

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

nazywamy **różnowartościową** (iniekcją).

Funkcję taką oznaczamy symbolem $f : X \xrightarrow{1-1} Y$

Definicja 1 - uwagi

Warunek

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Definicja 1 - uwagi

Warunek

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

jest równoważny warunkowi

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

Definicja 1 - uwagi

Warunek

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

jest równoważny warunkowi

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

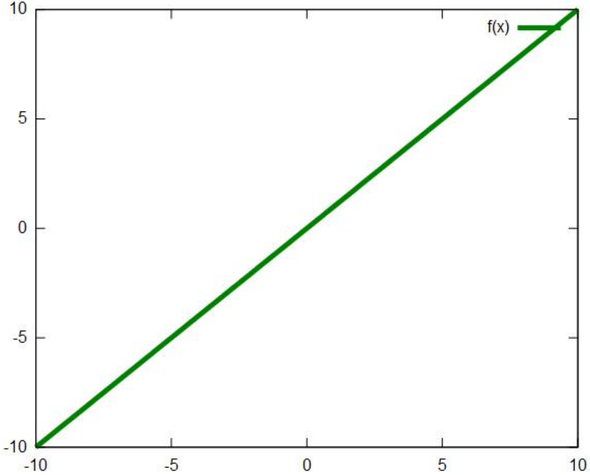
Co często ułatwia sprawdzanie różnowartościowości.

Dygresja

"Matematyka to nauka o przykładach."

Definicja 1 - przykłady

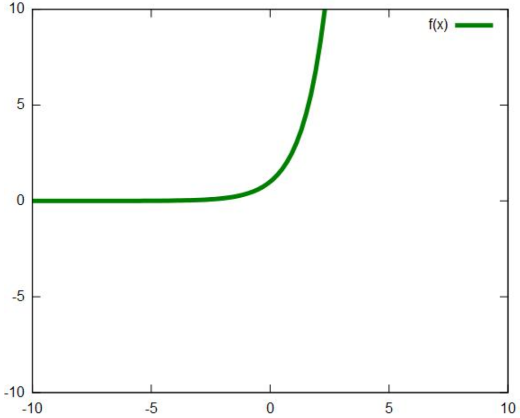
$$f(x) = x$$



Definicja 1 - przykłady

$$f(x) = e^x$$

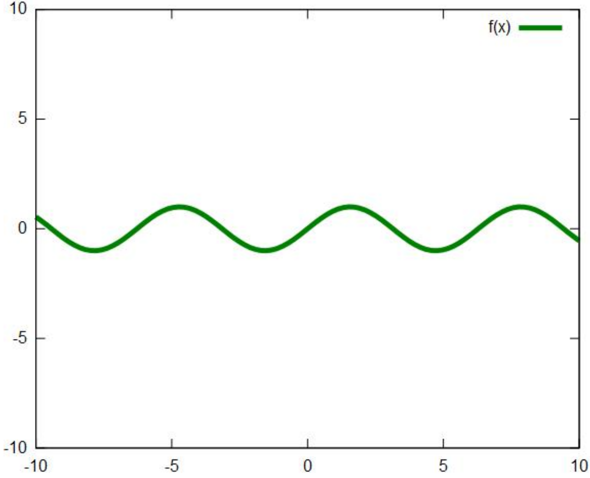
Uwaga: e to stała matematyczna, tak jak π. Tyle, że trochę mniejsza. $e \approx 2,72$



Definicja 1 - przykłady

Funkcja, która nie jest różnowartościowa.

$$f(x) = sin(x)$$



Definicja 2

Funkcję $f : X \to Y$, dla której spełniony jest warunek, że

Definicja 2

Funkcję $f : X \to Y$, dla której spełniony jest warunek, że dla każdego $y \in Y$ istnieje $x \in X$ takie, że

Definicja 2

Funkcję $f : X \to Y$, dla której spełniony jest warunek, że dla każdego $y \in Y$ istnieje $x \in X$ takie, że

$$f(x) = y$$

Definicja 2

Funkcję $f : X \to Y$, dla której spełniony jest warunek, że dla każdego $y \in Y$ istnieje $x \in X$ takie, że

$$f(x) = y$$

nazywamy funkcją **'na'** (suriekcją).

Definicja 2

Funkcję $f : X \to Y$, dla której spełniony jest warunek, że dla każdego $y \in Y$ istnieje $x \in X$ takie, że

$$f(x) = y$$

nazywamy funkcją **'na'** (suriekcją).

Oznaczamy ją poprzez: $f : X \xrightarrow{na} Y$

Definicja 2 - uwagi

Każdą funkcję f możemy sprowadzić do funkcji 'na' ograniczając jej przeciwdziedzinę Y do zbioru wartości funkcji $f(X)$.

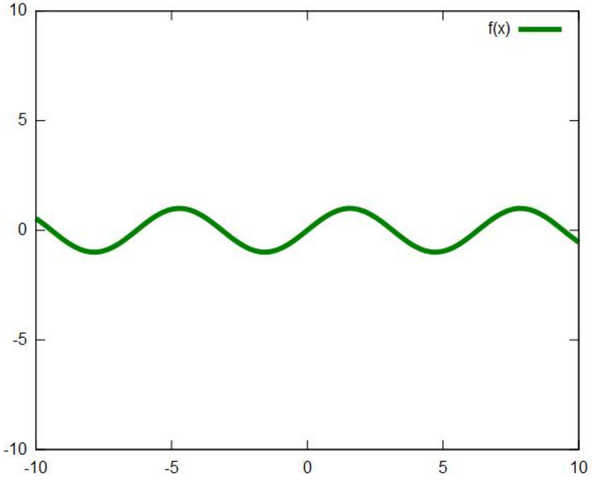
Definicja 2 - uwagi

Każdą funkcję f możemy sprowadzić do funkcji 'na' ograniczając jej przeciwdziedzinę Y do zbioru wartości funkcji $f(X)$.

Zauważmy, że $f(X) \subseteq Y$.

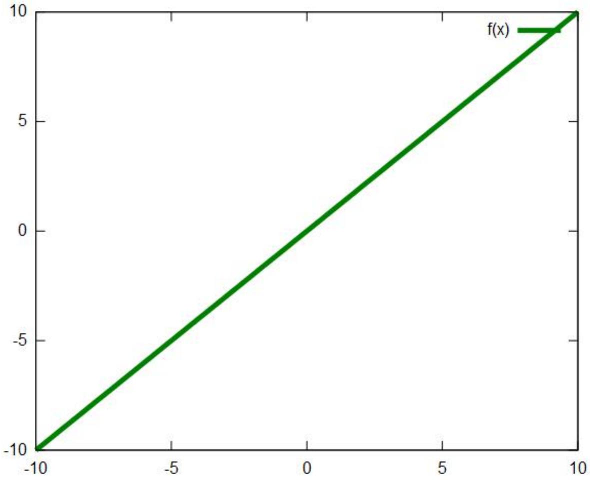
Definicja 2 - przykłady

$f(x) = sin(x)$ jest na zbiór [-1,1].



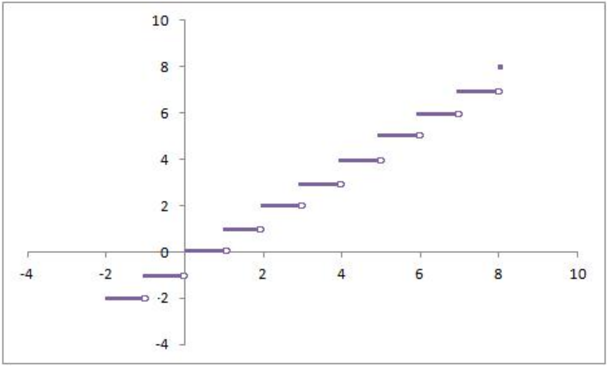
Definicja 2 - przykłady

$f(x) = x$ jest na zbiór liczb rzeczywistych.



Definicja 2 - przykłady

$f(x) == \lfloor x \rfloor$ nie jest na zbiór liczb rzeczywistych.
Ale jest na zbiór liczb całkowitych.



Definicja 3

Funkję $f : X \to Y$, która jest różnowartościowa i na zbiór Y nazywamy **bijekcją**.

Definicja 3

Funkję $f : X \to Y$, która jest różnowartościowa i na zbiór Y nazywamy **bijekcją**.

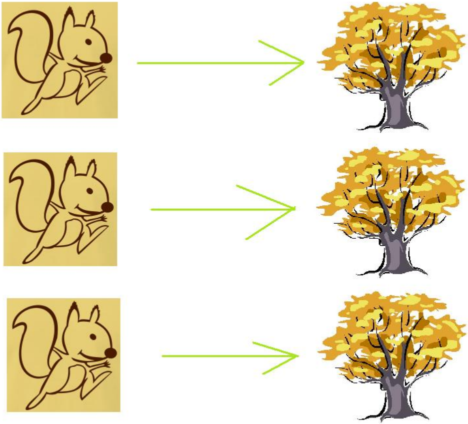
Oznaczamy ją następująco: $f : X \xrightarrow[na]{1-1} Y$

Definicja 3 - uwagi

Istnienie bijekcji między zbiorami wyznacza ich równoliczność.

Definicja 3 - przykłady

Podana bijekcja wyznacza równoliczność dwóch zbiorów trzyelementowych.



Definicja 3 - przykłady

Funkcja e^x wyznacza równoliczność zbioru liczb rzeczywistych ze zbiorem liczb rzeczywistych dodatnich.