Ćwiczenia 1 - dodatek

1. **Indukcja.** Udowodnij za pomocą indukcji matematycznej, że

   (a) $1 + 2 + \ldots + n = \frac{(n+1)n}{2}$ (czy wiesz jak to uzasdnić bez indukcji?)

   (b) $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$,

   (c) $2^n > n^2$ dla $n \geq 5$.

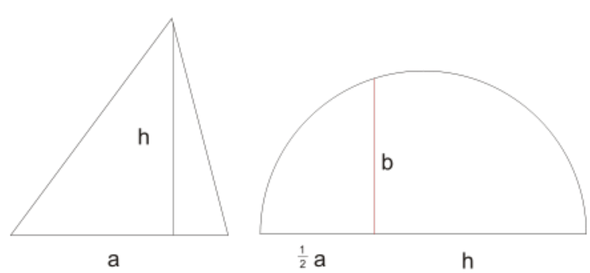
2. **(*) Indukcja a Chochlik.** Chochlik Matematyczny przeprowadził takie oto rozumowanie indukcyjne, wykazujące, że dowolna liczba n ($n \geq 2$) prostych na płaszczyźnie przecina się zawsze w jednym punkcie:

   ```
   Dla n = 2 teza jest oczywista.  Przyjmijmy, ze jest spełniona
   dla n prostych.  Weźmy n+1 prostych.  ‘‘Wyjmijmy’’ pierwszą.  Pozostałe
   n przecina się w jednym punkcie z założenia indukcyjnego.  ‘‘Wyjmijmy’’
   ostatnią.  Pozostałe n również przecina się w jednym punkcie,
   na tej samej zasadzie.  Jest to więc w obu przypadkach ten sam
   punkt przecięcia środkowych n-1 prostych.  Na mocy zasady indukcji
   dowolna skończona liczba prostych przecina się w jednym punkcie.
   ```

   Gdzie jest błąd???.......

3. **Kwadratury.** (Z Wikipedii). Kwadratura figury geometrycznej jest to zadanie konstrukcyjne z geometrii wykreślnej polegające na konstrukcji przy użyciu cyrkla i linijki bez podziałki kwadratu o polu równym polu danej figury geometrycznej.

   Kwadratura dowolnego wielokąta jest wykonalna. Aby ją wykonać wystarczy zauważyć, że: 1. Każdy wielokąt można rozłożyć na skończoną liczbę trójkątów o rozłącznych wnętrzach. Jest to triangulacja. 2. Możliwa jest kwadratura dowolnego trójkąta – na rysunku poniżej b jest bokiem kwadratu, którego pole jest równe polu trójkąta o podstawie a i wysokości h. 3. Możliwa jest konstrukcja kwadratu, którego pole jest sumą pól dwóch innych kwadratów (twierdzenie Pitagorasa).



   Kwadratura koła jest niewykonalna, co w 1882 roku udowodnił Ferdinand Lindemann pokazując, że π jest liczbą przestępną.