Ćwiczenia 5

zad.1. **a)** Podaj współrzędne wierzchołków kostki jedno, dwu-, trzy- i czterowymiarowej. Ile wierzchołków miałaby kostka pięciowymiarowa? (Oczywiście przez kostkę jednowymiarowa rozumiemy odcinek $\langle 0, 1\rangle$, przez dwuwymiarową odpowiedni kwadrat, przez trójwymiarową sześcian.)

b) Jakbyś określił / określiła długość wektora czterowymiarowego?

c) Podaj równanie sfery jednostkowej w czterech wymiarach.

zad.2. Dla tzw. uproszczenia, prostą nazwiemy przestrzenią jednowymiarową, płaszczyznę — dwuwymiarową, no i przestrzeń fizyczną — przestrzenią trójwymiarową. Ma to bezpośredni związek z liczbą współrzędnych potrzebnych do opisania każdej z tych "przestrzeni". Jakiego wymiaru jest "pod-przestrzeń" określona w przestrzeni czterowymiarowej równaniem (x_1, x_2, x_3, x_4 to nazwy współrzednych w przestrzeni czterowymiarowej):

a) $x_4 = 0$?

b) $x_2 = -5$?

c) $x_4 = 0$ i $x_2 = 0$?

d) $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_4 = 4$?

e) $\begin{cases} x_1 = t, \\ x_2 = 2t, \\ x_3 = t, \\ x_4 = 4t; \qquad t \in \mathbb{R}. \end{cases}$

Pytanie dodatkowe: skąd wiemy, że te wzory określają rzeczywiście pod-przestrzeń, a więc coś, "co nie jest krzywe"?

zad.3. (ze Stu zadań Steinhausa, "Nie wymagające znajomości matematyki") Załóżmy na sztywny sześcian gumkę (tzw. recepturkę, używaną w aptekach do pakowania leków) w ten sposób, aby trzymała się na sześcianie i nie krzyżowała sama ze sobą. Linię, wzdłuż której ułoży się gumka, nazywamy geodezyjną.

a) Ile razy wszystkie geodezyjne razem pokryją powierzchnię sześcianu (tzn. ile geodezyjnych przechodzi przez każdy punkt powierzchni sześcianu)? Odpowiedź: 4.

b) Ile jest różnych rodzin geodezyjnych pokrywających powierzchnię sześcianu? Odpowiedź: 7.