Ćwiczenia 4

I. Linie geodezyjne na walcu
— rysujemy na kartkach proste;
— następnie składamy walce i widzimy "prostą geodezyjna" (*możemy ją nazywać prostą albo linią geodezyjną, ale jaśniejsze będzie, jeśli pozostaniemy przy nazwie: prosta.*)

II. Współrzędne biegunowe - patrz DODATEK.

III. Zadania

zad.1. Znaleźć równanie "prostej", idącej z $x = (0, 0)$ do $x_1 = (1, 0)$ mającej:

a) 0 spirali ($z = t$, $L = 0$, $t \in [0, 1]$) lub po prostu $L = 0$
b) 1 spiralę ($z = t$, $L = 2\pi \cdot t$, $t \in [0, 1]$) lub po prostu $L = 2\pi \cdot z$, wtedy $z \in [0, 1]$
c) 2 spirale
d) n spirali ($L = n\pi \cdot t$)

zad.2. znaleźć równanie prostej, idącej z $x = (0, 0)$ do $x_1 = (h, \pi)$ mającej:

a) $1/2$ spirali ($z = t * h$, $L = \pi \cdot t$)
b) $3/2$ spirali ($z = t * h$, $L = \frac{5}{2}\pi \cdot t$)

IV. Geometria sferyczna, geodezyjne na sferze: (na balonie)

Czym różni się okrąg od prostej na sferze?

V. Defekt trójkąta

1. Znaleźć trójkąt o wszystkich kątach prostych (na sferze) (zauważmy, iz musi on być równoboczny).
2. Zmniejszamy jego rozmiar po równiku. Wniosek intuicyjny: im mniejszy trójkąt tym ma mniejszą sumę kątów.

3. defekt trójkąta=def. różnica π i sumy kątów trójkata (trójkąty euklidesowe mają defekt równy 0)

   Pokażemy, że defekt rośnie wraz z powiększaniem trójkąta. W tym celu pokażemy, że defekt trójkata złożonego z dwóch mniejszych jest sumą defektów tych małych trójkątów.

   Niech trójkąt ABD ma kąty $a,\ b,\ c$, zaś trójkąt BDC kąty $e,\ f,\ g$ odpowiednio. Niech $c+f=\pi$. (*Nie pisać tego tylko narysować!!!*)

$$\begin{aligned} def(ABD)+def(DBC) &= \pi-(a+b+c)+\pi-(e+f+g)= \\ &= 2\pi-(c+f)-(a+b+e+g)=\pi-(a+(b+e)+g)=def(ABC) \end{aligned}$$

   A więc, jeśli jeden duży trójkąt rozbijamy na małe, to defekt mniejszych jest mniejszy. I na odwrót, jeśli łączymy trójkaty.

VI. DODATEK

   (a) definicja odcinka i prostej:

$$odc(a,b)=\{x\ :\ d(a,x)+d(x,b)=d(a,b)\}$$
$$pr(a,b)=\{x\ :\ x\in odc(a,b) \text{ lub } b\in odc(a,x) \text{ lub } a\in odc(b,x)\}.$$

   (b) współrzędne biegunowe na płaszczyźnie: (r,L)
   równanie okręgu: $r=1$
   równanie prostej: $r\cos L=1$ (prosta $x=1$)
   przejście z kartezjańskich na biegunowe:

$$x=r\cos L \qquad y=r\sin L$$